**齐齐哈尔市2020-2021学年度下学期期末质量监测**

**高二数学试卷（理科）**

**本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第I卷（非选择题）两部分**

**全卷共150分考试时间120分钟．考生作答时，将答案答在答题卡上，在本试卷上答题无效．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．**

**注意事项：**

**1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内．**

**2．选择题必须使用2B铅笔填涂：非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚．**

**3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效．**

**4．作图可先使用2B铅笔填涂；非选择题必须用黑色字迹的签字笔描黑．**

**5．保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀．**

**第Ⅰ卷**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．设集合，则（ ）

A． B． C． D．

2．命题“”的否定是（ ）

A． B．

C． D．

3．已知（*i*为虚数单位），则（ ）

A． B． C． D．

4．展开式中的常数项为（ ）

A．80 B． C．40 D．

5．下面是用“三段论形式写出的演绎推理：指数函数在上是增函数，因为是指数函数，所以在上是增函数，该结论显然是错误的，其原因是（ ）

A．大前提错误 B．小前提错误 C．推理形式错误 D．以上都可能

6．设某地胡柚（把胡柚近似看成球体）的直径（单位：）服从正态分布，则在随机抽取的1000个胡柚中，直径在内的个数约为（ ）

附：若，则．

A．134 B．136 C．817 D．819

7．若函数在上单调递增，则实数*a*的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

8．设，则*a*，*b*，*c*的大小关系为（ ）

A． B． C． D．

9．有6个座位连成一排，现有3人就坐，则恰有两个空座位相邻的不同坐法有（ ）

A．96种 B．72种 C．48种 D．36种

10．若直线*l*与曲线和圆都相切，则直线*l*的方程为（ ）

A． B． C． D．

11．某市政府决定派遣8名干部（5男3女）分成两个小组，到该市甲、乙两个县去检查扶贫工作，若要求每组至少3人，且女干部不能单独成组，则不同的派方案共有（ ）

A．240种 B．320种 C．180种 D．120种

12．已知，且，则下列结论一定正确的是（ ）

A． B． C． D．

**第Ⅱ卷**

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．把正确答案写在答题卡相应题的横线上．**

13．已知，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．已知向量，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．古代埃及数学中有一个独特现象：除用一个单独的符号表示以外，其他分数都可写成若干个分子为1的分数的和的形式．例如，可这样理解：假定有两个面包，要平均分给5个人，如果每人，不够，每人，余，再将这分成5份，每人得，这样每人分得．形如的分数的分解：，，，…，按此规律，则\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．给出下列命题：

①以模型（*e*为自然对数的底数）拟合一组数据时，为了求回归方程，设，将其变换后得到线性方程，则；

②若某种产品的合格率是，合格品中的一等品率是，则这种产品的一等品率为；

③若随机变量，且，则；

④根据实验数据，人在接种某种病毒疫苗后，不感染此病毒的概率为．若有4人接种了这种疫苗，则至多有1人被感染的概率为．

其中所有正确命题的序号是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：共70分，解答应写出文字说明、解答过程或演算步骤．**

17．本小题满分12分

已知是单调递增的等比数列，其前*n*项和为，，且成等差数列．

（1）求和；

（2）设，求数列的前*n*项和．

18．本小题满分12分

如图，三棱柱中，侧面，已知，，点*E*是棱的中点．



（1）求证：平面；

（2）求直线与平面所成角的正弦值．

19．本小题满分12分

已知函数．

（1）当时，求在处的切线方程；

（2）求函数的单调区间．

20．本小题满分12分

2021年是我党建党100周年，为了铭记历史、不忘初心、牢记使命，向党的百年华诞献礼，市总工会组织了一场党史知识竞赛，共有2000位市民报名参加，其中35周岁以上（含35周岁）的市民1200人，现采取分层抽样的方法从参赛的市民中随机抽取100位市民进行调查，结果显示：分数分布在450~950分之间据．此绘制的频率分布直方图如图所示．并规定将分数不低于750分的得分者称为“党史学习之星”．



（1）求*a*的值，并估计所有参赛的市民中有多少人获得了“党史学习之星”的荣誉；

（2）现采用分层抽样的方式从分数在、内的两组市民中抽取10人，再从这10人中随机抽取3人，记被抽取的3名市民中获得“党史学习之星”的市民人数为随机变量*X*，求*X*的分布列及数学期望；

（3）若样本中获得“党史学习之星”的35周岁以下的市民有15人，请完成下列列联表，并判断是否有97.5%的把握认为该市市民获得“党史学习之星”与年龄有关？

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 获得“党史学习之星” | 未获得“党史学习之星” | 合计 |
| 35周岁以上 |  |  |  |
| 35周岁以下 |  |  |  |
| 合计 |  |  |  |

（参考公式：，其中）

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|  | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

21．本小题满分12分

已知函数．

（1）当时，求的极值；

（2）若不等式恒成立，求*a*的最小值．

**请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分**

22．[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系中，曲线的参数方程为（*t*为参数），以原点为极点，*x*轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为．

（1）求曲线的普通方程和曲线的直角坐标方程；

（2）若*P*的直角坐标为，曲线与曲线交于*A*、*B*两点，求的值．

23．[选修4-5：不等式选讲]（10分）

已知函数，不等式的解集为．

（1）求实数*m*的值；

（2）若关于*x*的不等式恒成立，求实数*a*的取值范围．

**齐齐哈尔市2020—2021学年度下学期期末质量监测**

**高二数学试卷（理科）参考答案及评分标准**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | C | B | A | C | A | B | D | C | B | D | C | B |

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．把正确答案写在答题卡相应题的横线上．**

13． 14． 15． 16．①②③

**三、解答题：共70分，解答应写出文字说明、解答过程或演算步骤．**

17．（12分）

解：（1）∵是单调递增的等比数列，且，

∴的公比，

∵成等差数列，

∴，即， （2分）

由，，得，

∴（舍去）， （4分）

∴ （6分）

（2）∵， （7分）

∴， （9分）

∴． （12分）

18．（12分）

（1）证明：∵，，，

∴由余弦定理可知， （1分）

∴，∴， （2分）

∵侧面，且面，

∴， （4分）

又∵，平面，

∴平面． （6分）

（2）由（1）知，以*B*为坐标原点，为*x*轴，为*y*轴，为*z*轴，建立如图所示的空间直角坐标系，则，，，，



∴，， （8分）

设平面的法向量为，

由，得； （10分）

设与平面所成角为，则

故直线与平面所成角的正弦值为 （12分）

19．（12分）

解：（1）当时，，， （1分）

，又，

∴切点为， （2分）

∴在处的切线方程为：，即． （4分）

（2）由题意：的定义城为．

①当，即时，，即在上恒成立，

∴的单调递增区间为，无递减区间； （6分）

②当，即时，

令，则，解得，，且， （8分）

当，得或，

∴的递增区间为．

当，得，

∴的减区间为 （10分）

综上所述，当时，的增区间为，无递减区间；

当时，的增区间为，

减区间为． （12分）

20．（12分）

解：（1）由题意知：，

解得， （2分）

则所有参赛市民中获得“党史学习之星”的有：

（人）， （3分）

（2）由题意，从中抽取7人，从中抽取3人，

随机变量*X*的所有可能取值有0，1，2，3．

， （5分）

所以随机变量*X*的分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 | 3 |
| *P* |  |  |  |  |

随机变量*X*的数学期望． （8分）

（3）由题可知，样本中35周岁以上60人，35周岁以下40人，获得“党史学习之星”的25人，其中35周岁以下15人；得出以下列联表；

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 获得“党史学习之星” | 未获得“党史学习之星” | 合计 |
| 35周岁以上 | 10 | 50 | 60 |
| 35周岁以下 | 15 | 25 | 40 |
| 合计 | 25 | 70 | 100 |

 （10分）

，

故有97.5%的把握认为该市市民获得“党史学习之星”与年龄有关． （12分）

21．（12分）

解：（1）当时，， （1分）

令得（或舍去），

∵当时，，单调递减，

当时，，单调递增， （3分）

∴，无极大值． （4分）

（2），即，

即，

∴，即，

∴原问题等价于在上恒成立，

设，则只需． （5分）

由，令，

∵，∴在上单调递增， （7分）

∵，

∴存在唯一的，使得， （9分）

∵当时，，则单调递增，

当时，，则单调递减，

∴， （11分）

∴即可．

∴，∴，故整数*a*的最小值为2 （12分）

22．（10分）

解：（1）将的方程化为，两式相减得曲线的方程：

， （3分）

由得，

∵，

∴曲线的直角坐标方程为 （5分）

（2）∵点在直线上，

∴设的参数方程为（*t*为参数），将其代入，得

， （7分）

由韦达定理得，， （8分）

∴． （10分）

23．（10分）

（1）因为，所以不等式，即，

所以， （2分）

因为不等式解集为，

所以，且

解得． （5分）

（2）关于*x*的不等式恒成立，等价于恒成立，

等价于恒成立， （7分）

解得或 （10分）