**山东省潍坊市2020-2021学年高一下学期数学期末考试试卷**

**一、单选题(本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的.)**

1.已知角 $α$ 的终边经过点 $P(3,-4)$ ，则 $tanα=$ （    ）

A. $-\frac{3}{4}$                                    B. $-\frac{4}{3}$                                    C. $-\frac{4}{5}$                                    D. $-\frac{5}{4}$

2.在复平面内，若复数 $z=3-2i$ （其中 $i$ 是虚数单位），则复数 $z$ 对应的点位于（    ）

A. 第一象限                           B. 第二象限                           C. 第三象限                           D. 第四象限

3.敲击如图1所示的音叉时，在一定时间内，音叉发出的纯音振动可以用三角函数表达为 $y=Asinωt$ （其中 $A>0$ ， $t$ 表示时间， $y$ 表示纯音振动时音叉的位移）．图2是该函数在一个周期内的图像，根据图中数据可确定 $A$ 和 $ω$ 的值分别为（    ）



A. $\frac{1}{500}$ 和 $800π$                B. $\frac{1}{500}$ 和 $400π$                C. $\frac{1}{1000}$ 和 $800π$                D. $\frac{1}{1000}$ 和 $400π$

4.若 $a=sin\frac{π}{12}$ ， $b=log\_{2}(sin\frac{π}{12})$ ， $c=tan\frac{π}{12}$ ，则 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 的大小关系为（    ）

A. $a<b<c$                           B. $c<b<a$                           C. $b<a<c$                           D. $b<c<a$

5.已知水平放置的四边形 $OABC$ 按斜二测画法得到如图所示的直观图，其中 $O^{'}A^{'}//B^{'}C^{'}$ ， $∠O^{'}A^{'}B^{'}=90°$ ， $O^{'}A^{'}=1$ ， $B^{'}C^{'}=2$ ，则原四边形 $OABC$ 的面积为（    ）



A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$                                     B. $3\sqrt{2}$                                     C. $4\sqrt{2}$                                     D. $5\sqrt{2}$

6.设 $α$ 为锐角，若 $cos(α+\frac{π}{4})=\frac{1}{2}$ ，则 $tanα=$ （    ）

A. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$                              B. $\sqrt{6}+\sqrt{2}$                              C. $2-\sqrt{3}$                              D. $2+\sqrt{3}$

7.南宋时期的数学家秦九韶独立发现的计算三角形面积的“三斜求积术”，其求法是：“以少广求之，以小斜幂并大斜幂减中斜幂，余半之，自乘于上；以小斜幂乘大斜幂减上，为实；一为从隅，开平方得积．”若把以上这段文字写成公式，即 $S=\sqrt{\frac{1}{4}[c^{2}a^{2}-(\frac{c^{2}+a^{2}-b^{2}}{2})^{2}]}$ ，其中 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 是 $△ABC$ 内角 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 的对边．若 $ac=4$ ， $B=60^{∘}$ ，则 $△ABC$ 的面积为（    ）

A. $\sqrt{3}$                                       B. $2\sqrt{2}$                                       C. 4                                       D. $4\sqrt{2}$

8.如图所示，一条河两岸平行，河的宽度为 $400$ 米，一艘船从河岸的 $A$ 地出发，向河对岸航行．已知船的速度 $\vec{v\_{1}}$ 的大小为 $|\vec{v\_{1}}|=8km/h$ ，水流速度 $\vec{v\_{2}}$ 的大小为 $|\vec{v\_{2}}|=2km/h$ ，船的速度与水流速度的合速度为 $\vec{v}$ ，那么当航程最短时，下列说法正确的是（    ）



A. 船头方向与水流方向垂直                                    B. $cos<\vec{v\_{1}},\vec{v\_{2}}>=-\frac{1}{4}$
C. $|\vec{v}|=2\sqrt{17}km/h$                                                 D. 该船到达对岸所需时间为 $3$ 分钟

**二、多选题(本大题共4小题，每小题5分，共20分)**

9.如果一个复数的实部和虚部相等，则称这个复数为“等部复数”．若复数 $z=a+i$ （ $a\in R$ ， $i$ 为虚数单位）为“等部复数”，则下列说法正确的是（    ）

A. $a=1$                    B. $|z|=1$                    C. $\overbar{z}=1-i$                    D. 复数 $(a-1)+(a^{2}-1)i$ 是纯虚数

10.如图，若 $ABCDEF-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}E\_{1}F\_{1}$ 为正六棱台，则下列说法正确的是（    ）



A. 直线 $AB$ 与 $C\_{1}D\_{1}$ 是异面直线
B. 直线 $AB$ 与 $D\_{1}E\_{1}$ 平行
C. 线段 $BB\_{1}$ 与 $FF\_{1}$ 的延长线相交于一点
D. 点 $F\_{1}$ 到底面 $ABCDEF$ 的距离大于点 $B\_{1}$ 到底面 $ABCDEF$ 的距离

11.如图，已知点 $G$ 是边长为1的等边 $△ABC$ 内一点，满足 $\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{GC}=\vec{0}$ ，过点 $G$ 的直线 $l$ 分别交 $AB$ ， $AC$ 于点 $D$ ， $E$ ．设 $\vec{AD}=λ\vec{AB}$ ， $\vec{AE}=μ\vec{AC}$ ，则下列说法正确的是（    ）



A. $\vec{AG}=\frac{1}{3}\vec{AB}+\frac{1}{4}\vec{AC}$            B. 点 $G$ 为 $△ABC$ 的重心            C. $\frac{1}{λ}+\frac{1}{μ}=2$            D. $|\vec{AG}|=\frac{\sqrt{3}}{3}$

12.已知函数 $f(x)=sin(2x+φ)(|φ|<\frac{π}{2})$ 满足 $f(\frac{5π}{8}-x)=f(\frac{5π}{8}+x)$ ，则下列说法正确的是（    ）

A. 函数 $y=f(x)$ 的最小正周期为 $π$
B. 函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{π}{6}$ 个单位得到函数 $g(x)=sin(2x-\frac{π}{12})$ 的图像
C. 若 $ω>0$ 时，函数 $f(ωx)$ 在区间 $[\frac{π}{2},π]$ 上单调递减，则实数 $ω$ 的取值范围是 $(0,\frac{1}{8}]$
D. 函数 $y=f(x)+f(2x-\frac{π}{8})$ 的值域为 $[-\frac{9}{8},2]$

**三、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分)**

13.已知 $\underrightarrow{a}=(1,m)$ ， $\underrightarrow{b}=(3,-2)$ ， $\underrightarrow{a}⊥\underrightarrow{b}$ ，则 $m=$ \_\_\_\_\_\_\_\_.

14.能够说明“设 $α\in (0,π)$ ， $β\in (0,π)$ ，若 $α>β$ ，则 $sinα>sinβ$ ”是假命题的一组角 $α$ ， $β$ 的值依次为\_\_\_\_\_\_\_\_．

15.如图，测量河对岸的塔高 $AB$ 时，可以选与塔底 $B$ 在同一水平面内的两个观测点 $C$ 与 $D$ ．现测得 $∠BCD=75°$ ， $∠BDC=60°$ ， $CD=10\sqrt{2}m$ ，并在点 $C$ 测得塔顶 $A$ 的仰角 $θ$ 为 $30°$ ，则塔高 $AB$ 为\_\_\_\_\_\_\_\_m．



16.如图，已知圆锥 $PO$ 的底面半径 $OA$ 的长度为1，母线 $PA$ 的长度为2，半径为 $R\_{1}$ 的球 $O\_{1}$ 与圆锥的侧面相切，并与底面相切于点 $O$ ，则 $R\_{1}=$ \_\_\_\_\_\_\_\_；若球 $O\_{2}$ 与球 $O\_{1}$ 、圆锥的底面和侧面均相切，则球 $O\_{2}$ 的表面积为\_\_\_\_\_\_\_\_．



**四、解答题(本大题共6小题,共70分)**

17.已知复数 $z\_{1}=1+i$ ， $z\_{2}=3+4i$ ．

（1）求 $z\_{1}+z\_{2}$ 和 $z\_{1}z\_{2}$ 的值；

（2）若 $z\_{1}=1+i$ 是关于 $x$ 的实系数方程 $x^{2}+mx+n=0$ 的一个根，求实数 $m$ ， $n$ 的值．

18.在 $△ABC$ 中， $a$ 、 $b$ 、 $c$ 分别是角 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 的对边，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，

从① $(b+c)^{2}-a^{2}=3bc$ ，② $asinB=bsin(A+\frac{π}{3})$ 这两个条件中任选一个，补充在上面问题中并作答．

（1）求角 $A$ 的大小；

（2）若 $b=4$ ， $△ABC$ 的面积 $S=6\sqrt{3}$ ，求 $△ABC$ 的周长．

19.某同学在劳动实践课上制作了一个如图所示的容器，其上半部分是一个正四棱锥，下半部分是一个长方体，已知正四棱锥 $S-ABCD$ 的高是长方体 $ABCD-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$ 高的 $\frac{1}{2}$ ，且底面正方形 $ABCD$ 的边长为4， $AA\_{1}=2$ ．



（1）求 $AC\_{1}$ 的长及该长方体的外接球的体积；

（2）求正四棱锥的斜高和体积．

20.在 $△ABC$ 中， $a$ ， $b$ ， $c$ 分别是角 $A$ ， $B$ ， $C$ 的对边， $b=2\sqrt{6}$ ， $\sqrt{3}sinB-2cos^{2}\frac{B}{2}=1$ ．

（1）求角 $B$ 的大小及 $△ABC$ 外接圆的半径 $R$ 的值；

（2）若 $AD$ 是 $∠BAC$ 的内角平分线，当 $△ABC$ 面积最大时，求 $AD$ 的长．

21.如图1，在直三棱柱 $ABC-A\_{1}B\_{1}C\_{1}$ 中， $AB=BC=5k$ ， $AC=8k$ ， $AA\_{1}=\frac{2}{k}(k>0)$ ， $D$ ， $D\_{1}$ 分别为 $AC$ ， $A\_{1}C\_{1}$ 的中点，平面 $BB\_{1}D\_{1}D$ 将三棱柱分成两个新的直三棱柱（如图2，3所示）．



（1）若两个新直三棱柱的表面积之和为72，求实数 $k$ 的值；

（2）将图2和图3两个直三棱柱重新组合成一个直四棱柱，若组成的所有直四棱柱的表面积都小于132，求实数 $k$ 的取值范围．

22.已知向量 $\vec{m}=(sin2x,cos2x)$ ， $\vec{n}=(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$ ，函数 $f(x)=\vec{m}⋅\vec{n}$ ．

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式和单调递增区间；

（2）若 $a$ ， $b$ ， $c$ 分别为 $△ABC$ 三个内角 $A$ ， $B$ ， $C$ 的对边， $f(A)=1$ ， $b=2$ ， $a\in [\frac{1}{2},\frac{5}{2}]$ ，试判断这个三角形解的个数，并说明理由；

（3）若 $x\in [-\frac{π}{6},\frac{2π}{6}]$ 时，关于 $x$ 的方程 $f(x+\frac{π}{6})+(λ+1)sinx=λ$ 恰有三个不同的实根 $x\_{1}$ ， $x\_{2}$ ， $x\_{3}$ ，求实数 $λ$ 的取值范围及 $x\_{1}+x\_{2}+x\_{3}$ 的值．

**答案解析部分**

**一、单选题**

1.已知角 $α$ 的终边经过点 $P(3,-4)$ ，则 $tanα=$ （    ）

A. $-\frac{3}{4}$                                    B. $-\frac{4}{3}$                                    C. $-\frac{4}{5}$                                    D. $-\frac{5}{4}$

【答案】 B

【考点】任意角三角函数的定义

【解析】【解答】因为角 $α$ 的终边经过点 $P(3,-4)$ ，

所以 $tanα=\frac{y}{x}=\frac{-4}{3}=-\frac{4}{3}$ 。

故答案为：B.

 【分析】利用已知条件结合正切函数的定义，从而求出角 $α$ 的正切值。

2.在复平面内，若复数 $z=3-2i$ （其中 $i$ 是虚数单位），则复数 $z$ 对应的点位于（    ）

A. 第一象限                           B. 第二象限                           C. 第三象限                           D. 第四象限

【答案】 D

【考点】复数的代数表示法及其几何意义

【解析】【解答】根据复数的几何意义，可得复数 $z=3-2i$ 在复平面内对应的点为 $(3,-2)$ ，位于第四象限。

故答案为：D.

 【分析】利用已知条件结合复数z的几何意义，从而求出复数z对应的点的坐标，再利用点的坐标确定点所在的象限。

3.敲击如图1所示的音叉时，在一定时间内，音叉发出的纯音振动可以用三角函数表达为 $y=Asinωt$ （其中 $A>0$ ， $t$ 表示时间， $y$ 表示纯音振动时音叉的位移）．图2是该函数在一个周期内的图像，根据图中数据可确定 $A$ 和 $ω$ 的值分别为（    ）



A. $\frac{1}{500}$ 和 $800π$                B. $\frac{1}{500}$ 和 $400π$                C. $\frac{1}{1000}$ 和 $800π$                D. $\frac{1}{1000}$ 和 $400π$

【答案】 D

【考点】由y=Asin（ωx+φ）的部分图象确定其解析式，y=Asin（ωx+φ）中参数的物理意义

【解析】【解答】解：由题意得$A=\frac{1}{1000}$ ， $\frac{T}{4}=\frac{1}{800}$
 则$T=\frac{1}{200}$
 则$ω=\frac{2π}{T}=400π$.
 故答案为：D
 【分析】根据函数$y=Asin\left(ωx+φ\right)$的图象与性质求解即可.

4.若 $a=sin\frac{π}{12}$ ， $b=log\_{2}(sin\frac{π}{12})$ ， $c=tan\frac{π}{12}$ ，则 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 的大小关系为（    ）

A. $a<b<c$                           B. $c<b<a$                           C. $b<a<c$                           D. $b<c<a$

【答案】 C

【考点】同角三角函数间的基本关系

【解析】【解答】 $∵a=sin\frac{π}{12}\in (0,1)$ ，则 $b=log\_{2}(sin\frac{π}{12})<0$ ，

因为 $cos\frac{π}{12}\in (0,1)$ ，故 $c=tan\frac{π}{12}=\frac{sin\frac{π}{12}}{cos\frac{π}{12}}>sin\frac{π}{12}=a$ ，故 $b<a<c$ 。

故答案为：C.

 【分析】利用正弦函数的图像、余弦函数的图像、同角三角函数基本关系式和对数函数的单调性，从而比较出a,b,c的大小。

5.已知水平放置的四边形 $OABC$ 按斜二测画法得到如图所示的直观图，其中 $O^{'}A^{'}//B^{'}C^{'}$ ， $∠O^{'}A^{'}B^{'}=90°$ ， $O^{'}A^{'}=1$ ， $B^{'}C^{'}=2$ ，则原四边形 $OABC$ 的面积为（    ）



A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$                                     B. $3\sqrt{2}$                                     C. $4\sqrt{2}$                                     D. $5\sqrt{2}$

【答案】 B

【考点】斜二测画法直观图

【解析】【解答】根据直观图知 $S\_{O^{'}A^{'}B^{'}C^{'}}=\frac{1}{2}×(1+2)×1=\frac{3}{2}$ ，

又因为 $\frac{S\_{OABC}}{S\_{O^{'}A^{'}B^{'}C^{'}}}=\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{4}}$ ，

所以 $S\_{OABC}=\frac{S\_{O^{'}A^{'}B^{'}C^{'}}}{\frac{\sqrt{2}}{4}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{4}}=3\sqrt{2}$ 。

故答案为：B.

 【分析】利用已知条件结合斜二测画法画直观图的方法，从而利用三角形的面积和直角梯形的面积的关系，从而求出原四边形 $OABC$ 的面积。

6.设 $α$ 为锐角，若 $cos(α+\frac{π}{4})=\frac{1}{2}$ ，则 $tanα=$ （    ）

A. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$                              B. $\sqrt{6}+\sqrt{2}$                              C. $2-\sqrt{3}$                              D. $2+\sqrt{3}$

【答案】 C

【考点】两角和与差的正切公式

【解析】【解答】因为 $0<α<\frac{π}{2}$ ，可得 $\frac{π}{4}<α+\frac{π}{4}<\frac{3π}{4}$ ，

由 $cos(α+\frac{π}{4})=\frac{1}{2}$ ，所以 $α+\frac{π}{4}=\frac{π}{3}$ ，可得 $α=\frac{π}{12}$ ，

所以 $tanα=tan\frac{π}{12}=tan(\frac{π}{3}-\frac{π}{4})=\frac{tan\frac{π}{3}-tan\frac{π}{4}}{1+tan\frac{π}{3}tan\frac{π}{4}}=\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$ 。

故答案为：C.

 【分析】因为 $0<α<\frac{π}{2}$ ，可得 $\frac{π}{4}<α+\frac{π}{4}<\frac{3π}{4}$ ，由 $cos(α+\frac{π}{4})=\frac{1}{2}$ ，可得 $α=\frac{π}{12}$ ，再利用两角差的正切公式，从而求出$tanα$的值。

7.南宋时期的数学家秦九韶独立发现的计算三角形面积的“三斜求积术”，其求法是：“以少广求之，以小斜幂并大斜幂减中斜幂，余半之，自乘于上；以小斜幂乘大斜幂减上，为实；一为从隅，开平方得积．”若把以上这段文字写成公式，即 $S=\sqrt{\frac{1}{4}[c^{2}a^{2}-(\frac{c^{2}+a^{2}-b^{2}}{2})^{2}]}$ ，其中 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 是 $△ABC$ 内角 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 的对边．若 $ac=4$ ， $B=60^{∘}$ ，则 $△ABC$ 的面积为（    ）

A. $\sqrt{3}$                                       B. $2\sqrt{2}$                                       C. 4                                       D. $4\sqrt{2}$

【答案】 A

【考点】余弦定理，三角形中的几何计算

【解析】【解答】由余弦定理可得 $cosB=\frac{c^{2}+a^{2}-b^{2}}{2ac}$ ，所以， $c^{2}+a^{2}-b^{2}=2accosB$ ，

所以， $S=\sqrt{\frac{1}{4}[c^{2}a^{2}-(\frac{c^{2}+a^{2}-b^{2}}{2})^{2}]}=\frac{1}{2}\sqrt{c^{2}a^{2}-(accosB)^{2}}=\frac{1}{2}acsinB=\frac{1}{2}×4×\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ 。

故答案为：A.

 【分析】利用已知条件结合余弦定理得出$c^{2}+a^{2}-b^{2}=2accosB$ ， 再利用 计算三角形面积的“三斜求积术”， 从而求出三角形 $△ABC$ 的面积 。

8.如图所示，一条河两岸平行，河的宽度为 $400$ 米，一艘船从河岸的 $A$ 地出发，向河对岸航行．已知船的速度 $\vec{v\_{1}}$ 的大小为 $|\vec{v\_{1}}|=8km/h$ ，水流速度 $\vec{v\_{2}}$ 的大小为 $|\vec{v\_{2}}|=2km/h$ ，船的速度与水流速度的合速度为 $\vec{v}$ ，那么当航程最短时，下列说法正确的是（    ）



A. 船头方向与水流方向垂直                                    B. $cos<\vec{v\_{1}},\vec{v\_{2}}>=-\frac{1}{4}$
C. $|\vec{v}|=2\sqrt{17}km/h$                                                 D. 该船到达对岸所需时间为 $3$ 分钟

【答案】 B

【考点】平面向量数量积的坐标表示、模、夹角，平面向量数量积的运算，数量积表示两个向量的夹角

【解析】【解答】由题意可知， $\vec{v}=\vec{v\_{1}}+\vec{v\_{2}}$ ，当船的航程最短时， $\vec{v}⊥\vec{v\_{2}}$ ，而船头的方向与 $\vec{v\_{1}}$ 同向，

由 $\vec{v}⋅\vec{v\_{2}}=(\vec{v\_{1}}+\vec{v\_{2}})⋅\vec{v\_{2}}=\vec{v\_{1}}⋅\vec{v\_{2}}+\vec{v\_{2}}^{2}=0$ ，可得 $\vec{v\_{1}}⋅\vec{v\_{2}}=-\vec{v\_{2}}^{2}=-4$ ， $cos<\vec{v\_{1}},\vec{v\_{2}}>=\frac{\vec{v\_{1}}⋅\vec{v\_{2}}}{|\vec{v\_{1}}|⋅|\vec{v\_{2}}|}=-\frac{1}{4}$ ，A选项错误，B选项正确；

$|\vec{v}|=|\vec{v\_{1}}+\vec{v\_{2}}|=\sqrt{(\vec{v\_{1}}+\vec{v\_{2}})^{2}}=\sqrt{\vec{v\_{1}}^{2}+2\vec{v\_{1}}⋅\vec{v\_{2}}+\vec{v\_{2}}^{2}}=\sqrt{4-2×4+64}=2\sqrt{15}({km}/{h})$ ，C选项错误；

该船到达对岸所需时间为 $60×\frac{0.4}{2\sqrt{15}}=\frac{4\sqrt{15}}{5}$ （分钟），D选项错误.

故答案为：B.

 【分析】利用已知条件结合平行四边形法则和数量积求向量夹角公式，再结合数量积求向量的模的公式和数量积的定义，从而找出说法正确的选项。

**二、多选题**

9.如果一个复数的实部和虚部相等，则称这个复数为“等部复数”．若复数 $z=a+i$ （ $a\in R$ ， $i$ 为虚数单位）为“等部复数”，则下列说法正确的是（    ）

A. $a=1$                    B. $|z|=1$                    C. $\overbar{z}=1-i$                    D. 复数 $(a-1)+(a^{2}-1)i$ 是纯虚数

【答案】 A,C

【考点】复数的基本概念，复数的代数表示法及其几何意义，复数求模

【解析】【解答】因为复数 $z=a+i$ （ $a\in R$ ， $i$ 为虚数单位）为“等部复数”，

根据“等部复数”的定义，可得 $a=1$ ，即 $z=1+i$ ，所以 A符合题意；

由 $|z|=\sqrt{1^{2}+1^{2}}=\sqrt{2}$ ，所以B不正确；

由 $z=1+i$ ，可得 $\overbar{z}=1-i$ ，所以C符合题意；

由 $(a-1)+(a^{2}-1)i=(1-1)+(1^{2}-1)i=0$ ，所以D不正确.

故答案为：AC.

 【分析】利用 “等部复数” 的定义求出a的值；再利用复数求模公式求出复数的模；再利用复数与共轭复数的关系，从而求出复数z的共轭复数；再结合复数为纯虚数的判断方法，从而选出说法正确的选项。

10.如图，若 $ABCDEF-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}E\_{1}F\_{1}$ 为正六棱台，则下列说法正确的是（    ）



A. 直线 $AB$ 与 $C\_{1}D\_{1}$ 是异面直线
B. 直线 $AB$ 与 $D\_{1}E\_{1}$ 平行
C. 线段 $BB\_{1}$ 与 $FF\_{1}$ 的延长线相交于一点
D. 点 $F\_{1}$ 到底面 $ABCDEF$ 的距离大于点 $B\_{1}$ 到底面 $ABCDEF$ 的距离

【答案】 A,B,C

【考点】异面直线的判定，空间中直线与直线之间的位置关系，点、线、面间的距离计算

【解析】【解答】解：若 $ABCDEF-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}E\_{1}F\_{1}$ 为正六棱台，

对于A，由不共线的三点 $A,B,C\_{1}$ 共面， $D\_{1}$ 不在这个面内，故直线 $AB$ 与 $C\_{1}D\_{1}$ 是异面直线，正确；

对于B，因为直线 $AB$ 与 $DE$ 平行，直线 $DE$ 与 $D\_{1}E\_{1}$ 平行，则直线 $AB$ 与 $D\_{1}E\_{1}$ 平行，B符合题意；

对于C，因为 $ABCDEF-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}E\_{1}F\_{1}$ 为正六棱台，则侧棱 $BB\_{1}$ 与 $FF\_{1}$ 的延长线相交于一点，正确；

对于D，点 $F\_{1}$ 到底面 $ABCDEF$ 的距离和点 $B\_{1}$ 到底面 $ABCDEF$ 的距离都等于棱台的高，故应该相等，D不符合题意；

故答案为：ABC.

 【分析】利用正六棱台的结构特征结合已知条件，再利用异面直线的判断方法、两直线平行的判断方法、 点到平面的距离求解方法和比较法，从而找出说法正确的选项。

11.如图，已知点 $G$ 是边长为1的等边 $△ABC$ 内一点，满足 $\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{GC}=\vec{0}$ ，过点 $G$ 的直线 $l$ 分别交 $AB$ ， $AC$ 于点 $D$ ， $E$ ．设 $\vec{AD}=λ\vec{AB}$ ， $\vec{AE}=μ\vec{AC}$ ，则下列说法正确的是（    ）



A. $\vec{AG}=\frac{1}{3}\vec{AB}+\frac{1}{4}\vec{AC}$            B. 点 $G$ 为 $△ABC$ 的重心            C. $\frac{1}{λ}+\frac{1}{μ}=2$            D. $|\vec{AG}|=\frac{\sqrt{3}}{3}$

【答案】 B,D

【考点】向量的模，平面向量的基本定理及其意义，三点共线，三角形五心

【解析】【解答】解：取 $AB$ 的中点 $M$ ， $BC$ 的中点 $N$ ，

则 $\vec{GA}+\vec{GB}=2\vec{GD}$ ，

$∵\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{GC}=\vec{0}$ ， $∴\vec{GC}=-2\vec{GM}$ ，

$∴C$ ， $M$ ， $G$ 三点共线，

同理 $A$ ， $G$ ， $N$ 三点共线，

$∴G$ 是 $ΔABC$ 的重心，

B符合题意；

$∴AN=\frac{3}{2}AG$ ，

$∴\vec{AB}+\vec{AC}=2\vec{AN}=3\vec{AG}$ ，即 $\vec{AG}=\frac{1}{3}\vec{AB}+\frac{1}{3}\vec{AC}$ ，

A不符合题意；

所以 $|\vec{AG}|=\frac{2}{3}|\vec{AN}|=\frac{2}{3}×\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

D符合题意；

因为 $\vec{AD}=λ\vec{AB}$ ， $\vec{AE}=μ\vec{AC}$ ，

所以 $\vec{AB}=\frac{1}{λ}\vec{AD}$ ， $\vec{AC}=\frac{1}{μ}\vec{AE}$ ，

所以 $\vec{AG}=\frac{1}{3}\vec{AB}+\frac{1}{3}\vec{AC}=\frac{1}{3λ}\vec{AD}+\frac{1}{3μ}\vec{AE}$ ，

又因 $D,G,E$ 三点共线，

所以 $\frac{1}{3λ}+\frac{1}{3μ}=1$ ，所以 $\frac{1}{λ}+\frac{1}{μ}=3$ ，

C不符合题意.



故答案为：BD．

 【分析】利用已知条件结合等边三角形的结构特征，再利用向量共线定理和平面向量基本定理，推出 $\vec{AG}=\frac{1}{3}\vec{AB}+\frac{1}{3}\vec{AC}$ ；再利用重心的定义推出点 $G$ 为 $△ABC$ 的重心 ；再结合三点共线的判断方法，从而推出$\frac{1}{λ}+\frac{1}{μ}=3$；再结合向量的模求解方法，从而求出$|\overset{\to }{AG}|=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，进而找出说法正确的选项。

12.已知函数 $f(x)=sin(2x+φ)(|φ|<\frac{π}{2})$ 满足 $f(\frac{5π}{8}-x)=f(\frac{5π}{8}+x)$ ，则下列说法正确的是（    ）

A. 函数 $y=f(x)$ 的最小正周期为 $π$
B. 函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{π}{6}$ 个单位得到函数 $g(x)=sin(2x-\frac{π}{12})$ 的图像
C. 若 $ω>0$ 时，函数 $f(ωx)$ 在区间 $[\frac{π}{2},π]$ 上单调递减，则实数 $ω$ 的取值范围是 $(0,\frac{1}{8}]$
D. 函数 $y=f(x)+f(2x-\frac{π}{8})$ 的值域为 $[-\frac{9}{8},2]$

【答案】 A,B,D

【考点】函数的值域，函数单调性的性质，三角函数的周期性及其求法，函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换

【解析】【解答】由题意，函数 $f(x)=sin(2x+φ)(|φ|<\frac{π}{2})$ 满足 $f(\frac{5π}{8}-x)=f(\frac{5π}{8}+x)$ ，

即函数 $f(x)$ 的图象关于 $x=\frac{5π}{8}$ 对称，可得 $f(x)=sin(2×\frac{5π}{8}+φ)=\pm 1$ ，

解得 $\frac{5π}{4}+φ=\frac{π}{2}+kπ,k\in Z$ ，即 $φ=-\frac{3π}{4}+kπ,k\in Z$ ，

因为 $|φ|<\frac{π}{2}$ ，可得 $φ=\frac{π}{4}$ ，所以 $f(x)=sin(2x+\frac{π}{4})$ ，

可得函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2π}{2}=π$ ，所以A符合题意；

函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{π}{6}$ 个单位，可得函数 $g(x)=sin[2(x-\frac{π}{6})+\frac{π}{4}]=sin(2x-\frac{π}{12})$ ，所以B符合题意；

由 $ω=\frac{1}{8}$ 时，可得函数 $f(\frac{1}{8}x)=sin(\frac{1}{4}x+\frac{π}{4})$

当 $x\in [\frac{π}{2},π]$ 时，可得 $\frac{1}{4}x\in [\frac{π}{8},\frac{π}{4}]$ ，则 $\frac{1}{4}x+\frac{π}{4}\in [\frac{3π}{8},\frac{π}{2}]$ ，

因为函数 $f(\frac{1}{8}x)=sin(\frac{1}{4}x+\frac{π}{4})$ 在区间 $[\frac{π}{2},π]$ 上单调递增，，所以C不符合题意；

由 $y=f(x)+f(2x-\frac{π}{8})=sin(2x+\frac{π}{4})+sin[2×(2x-\frac{π}{8})+\frac{π}{4}]=sin(2x+\frac{π}{4})+sin(4x)$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}(sin2x+cos2x)+2sin2xcos2x$ ，

令 $t=sin2x+cos2x\in [-\sqrt{2},\sqrt{2}]$ ，则 $2sin2xcos2x=t^{2}-1$ ，

所以 $y=t^{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}t-1$ ，表示开口向上，且对称轴为 $t=-\frac{\sqrt{2}}{4}$ 的抛物线，

当 $t=-\frac{\sqrt{2}}{4}$ 时，可得 $y\_{min}=-\frac{9}{8}$ ；当 $t=\sqrt{2}$ 时，可得 $y\_{max}=2$ ，

即函数 $y=f(x)+f(2x-\frac{π}{8})$ 的值域为 $[-\frac{9}{8},2]$ 。

 故答案为：ABD.
 【分析】利用已知条件结合代入法，从而求出$φ$的值，进而求出正弦型函数的解析式，再利用正弦型函数的最小正周期公式，从而求出正弦型函数的最小正周期；再利用正弦型函数的图象变换得出函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{π}{6}$ 个单位得到函数 $g(x)=sin(2x-\frac{π}{12})$ 的图像；再利用已知条件结合函数的单调性，从而利用已知条件函数 $f(ωx)$ 在区间 $[\frac{π}{2},π]$ 上单调递减，进而求出实数 $ω$ 的取值范围；再利用函数求值域的方法求出函数 $y=f(x)+f(2x-\frac{π}{8})$ 的值域为 $[-\frac{9}{8},2]$ ， 进而找出说法正确的选项。

**三、填空题**

13.已知 $\underrightarrow{a}=(1,m)$ ， $\underrightarrow{b}=(3,-2)$ ， $\underrightarrow{a}⊥\underrightarrow{b}$ ，则 $m=$ \_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】$\frac{3}{2}$

【考点】数量积的坐标表达式，数量积判断两个平面向量的垂直关系

【解析】【解答】由题 $\vec{a}=(1,m)$ ， $\vec{b}=(3,-2)$ ， $\vec{a}⊥\vec{b}$ ，则 $3-2m=0，∴m=\frac{3}{2}$。

故答案为： $\frac{3}{2}$。

 【分析】利用已知条件结合向量垂直数量积为0的等价关系，再结合数量积的坐标表示，从而求出m的值。

14.能够说明“设 $α\in (0,π)$ ， $β\in (0,π)$ ，若 $α>β$ ，则 $sinα>sinβ$ ”是假命题的一组角 $α$ ， $β$ 的值依次为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】$\frac{5}{6}π$ ； $\frac{π}{3}$ （答案不唯一）

【考点】命题的真假判断与应用

【解析】【解答】解：因为 $α\in (0,π)$ ， $β\in (0,π)$ ，且 $α>β$ ，如 $α=\frac{5}{6}π$ ； $β=\frac{π}{3}$ ，满足 $α>β$ ，但是 $sinα=sin\frac{5}{6}π=\frac{1}{2}$ ， $sinβ=sin\frac{π}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，不满足 $sinα>sinβ$ 。

故答案为： $\frac{5}{6}π$ ； $\frac{π}{3}$ （答案不唯一）。

 【分析】利用已知条件结合命题真假的判断方法，从而得出一组角 $α$ ， $β$ 的值。

15.如图，测量河对岸的塔高 $AB$ 时，可以选与塔底 $B$ 在同一水平面内的两个观测点 $C$ 与 $D$ ．现测得 $∠BCD=75°$ ， $∠BDC=60°$ ， $CD=10\sqrt{2}m$ ，并在点 $C$ 测得塔顶 $A$ 的仰角 $θ$ 为 $30°$ ，则塔高 $AB$ 为\_\_\_\_\_\_\_\_m．



【答案】 10

【考点】正弦定理的应用

【解析】【解答】在 $△BCD$ 中，因为 $∠BCD=75°$ ， $∠BDC=60°$ ，可得 $∠CBD=180^{∘}-75^{∘}-60^{∘}=45^{∘}$ ，

由正弦定理，可得 $BC=\frac{10\sqrt{2}sin60^{∘}}{sin45^{∘}}=10\sqrt{3}$ ，

在直角 $Rt△ABC$ 中，可得 $AB=BCtan∠ABC=10\sqrt{3}×\frac{\sqrt{3}}{3}=10$ ，

即塔高 $AB$ 为 $10(m)$ 。

故答案为：10。

 【分析】利用已知条件结合三角形内角和为180度的性质，从而求出$∠CBD$的值，再利用正弦定理求出BC的长，在直角 $Rt△ABC$ 中结合正切函数的定义，从而求出塔高AB的长。

16.如图，已知圆锥 $PO$ 的底面半径 $OA$ 的长度为1，母线 $PA$ 的长度为2，半径为 $R\_{1}$ 的球 $O\_{1}$ 与圆锥的侧面相切，并与底面相切于点 $O$ ，则 $R\_{1}=$ \_\_\_\_\_\_\_\_；若球 $O\_{2}$ 与球 $O\_{1}$ 、圆锥的底面和侧面均相切，则球 $O\_{2}$ 的表面积为\_\_\_\_\_\_\_\_．



【答案】$\frac{\sqrt{3}}{3}$；$\frac{4}{27}π$

【考点】旋转体（圆柱、圆锥、圆台），球的体积和表面积

【解析】【解答】解：该几何体的轴截面如图所示，



由题意可知 $△PAB$ 为等边三角形，且边长为2，圆 $O\_{1}$ 与三角形的三边都相切，圆 $O\_{1}$ 的半径等于球 $O\_{1}$ 的半径为 $R\_{1}$ ，则

$\frac{1}{2}(2+2+2)R\_{1}=\frac{1}{2}×2×2sin60°$ ，解得 $R\_{1}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

因为 $∠O\_{1}AO=30°$ ，

所以 $AO\_{2}=2O\_{2}C=2R\_{2},AO\_{1}=2OO\_{1}=2R\_{1}$ ，

因为 $AO\_{1}=AO\_{2}+O\_{2}O\_{1}$ ，

所以 $2R\_{1}=2R\_{2}+R\_{2}+R\_{1}$ ，所以 $R\_{2}=\frac{1}{3}R\_{1}=\frac{\sqrt{3}}{9}$ ，

所以球 $O\_{2}$ 的表面积为 $4πR\_{2}^{2}=4π(\frac{\sqrt{3}}{9})^{2}=\frac{4}{27}π$ 。

故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $\frac{4}{27}π$。

 【分析】由题意可知三角形 $△PAB$ 为等边三角形，且边长为2，圆 $O\_{1}$ 与三角形的三边都相切，圆 $O\_{1}$ 的半径等于球 $O\_{1}$ 的半径为 $R\_{1}$ ，再利用两三角形面积相等结合三角形的面积公式，解得 $R\_{1}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，因为 $∠O\_{1}AO=30°$ ，所以 $AO\_{2}=2O\_{2}C=2R\_{2},AO\_{1}=2OO\_{1}=2R\_{1}$ ，因为 $AO\_{1}=AO\_{2}+O\_{2}O\_{1}$ ，所以 $2R\_{1}=2R\_{2}+R\_{2}+R\_{1}$ ，所以 $R\_{2}=\frac{1}{3}R\_{1}=\frac{\sqrt{3}}{9}$ ，再利用球的表面积公式，从而求出球 $O\_{2}$ 的表面积 。

**四、解答题**

17.已知复数 $z\_{1}=1+i$ ， $z\_{2}=3+4i$ ．

（1）求 $z\_{1}+z\_{2}$ 和 $z\_{1}z\_{2}$ 的值；

（2）若 $z\_{1}=1+i$ 是关于 $x$ 的实系数方程 $x^{2}+mx+n=0$ 的一个根，求实数 $m$ ， $n$ 的值．

【答案】 （1）由题意，复数 $z\_{1}=1+i$ ， $z\_{2}=3+4i$ ．

所以 $z\_{1}+z\_{2}=1+i+3+4i=4+5i$ ，

$z\_{1}z\_{2}=(1+i)(3+4i)=3+4i+3i+4i^{2}=-1+7i$ ．

（2）因为 $z\_{1}=1+i$ 是关于 $x$ 的实系数方程 $x^{2}+mx+n=0$ 的一个根，

所以 $(1+i)^{2}+m(1+i)+n=0$ ，整理得 $(m+n)+(m+2)i=0$ ，

可得 $\{\begin{array}{c}m+n=0\\m+2=0\end{array}$ ，解得 $\{\begin{array}{c}m=-2\\n=2\end{array}$ ，所以 $m=-2$ ， $n=2$ ．

【考点】复数相等的充要条件，复数代数形式的乘除运算，复数代数形式的加减运算

【解析】【分析】（1）利用已知条件结合复数的加法和乘法运算法则，从而求出 $z\_{1}+z\_{2}$ 和 $z\_{1}z\_{2}$ 的值。
 （2）利用 $z\_{1}=1+i$ 是关于 $x$ 的实系数方程 $x^{2}+mx+n=0$ 的一个根结合代入法和复数的混合运算法则，再利用复数相等的等价关系，从而求出m,n的值。

18.在 $△ABC$ 中， $a$ 、 $b$ 、 $c$ 分别是角 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 的对边，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，

从① $(b+c)^{2}-a^{2}=3bc$ ，② $asinB=bsin(A+\frac{π}{3})$ 这两个条件中任选一个，补充在上面问题中并作答．

（1）求角 $A$ 的大小；

（2）若 $b=4$ ， $△ABC$ 的面积 $S=6\sqrt{3}$ ，求 $△ABC$ 的周长．

【答案】 （1）选①： $∵(b+c)^{2}-a^{2}=3bc$ ， $∴b^{2}+c^{2}-a^{2}=bc$ ， $∴cosA=\frac{b^{2}+c^{2}-a^{2}}{2bc}=\frac{1}{2}$ ，

$∵A\in (0,π)$ ， $∴A=\frac{π}{3}$ ；

选②：由正弦定理得： $sinAsinB=sinBsin(A+\frac{π}{3})$ ，

在 $△ABC$ 中， $∵0<B<π$ ， $∴sinB\ne 0$ ， $∴sinA=sin(A+\frac{π}{3})$ ，

$∴sinA=\frac{1}{2}sinA+\frac{\sqrt{3}}{2}cosA$ ， $∴\frac{1}{2}sinA=\frac{\sqrt{3}}{2}cosA$ ，可得 $tanA=\sqrt{3}$ ，

$∵A\in (0,π)$ ， $∴A=\frac{π}{3}$ ；

（2）由（1）知 $A=\frac{π}{3}$ ， $b=4$ ， $S\_{△ABC}=\frac{1}{2}bcsinA=\sqrt{3}c=6\sqrt{3}$ ， $∴c=6$ ，

由余弦定理可得 $a^{2}=b^{2}+c^{2}-2bccosA=16+36-2×4×6×\frac{1}{2}=28$ ，则 $a=2\sqrt{7}$ ，

因此， $△ABC$ 的周长为 $a+b+c=10+2\sqrt{7}$ ．

【考点】同角三角函数间的基本关系，正弦定理，余弦定理，三角形中的几何计算

【解析】【分析】（1） 从① $(b+c)^{2}-a^{2}=3bc$ ，② $asinB=bsin(A+\frac{π}{3})$ 这两个条件中任选一个，补充在问题中并作答。 选①：利用已知条件结合余弦定理和三角形中角A的取值范围，从而求出角A的值。

选②：利用已知条件结合正弦定理得出$sinAsinB=sinBsin(A+\frac{π}{3})$ ，在 $△ABC$ 中，因为 $0<B<π$ ，所以 $sinB\ne 0$ ，所以 $sinA=sin(A+\frac{π}{3})$ ，再利用两角和的正弦公式结合同角三角函数基本关系式，从而结合三角形中角A的取值范围，进而求出角A的值。

   （2） 由（1）知 $A=\frac{π}{3}$ ， $b=4$ ，再利用三角形的面积公式结合已知条件，从而求出c的值，再利用余弦定理求出a的值，再结合三角形的周长公式，从而求出三角形$△ABC$ 的周长。

19.某同学在劳动实践课上制作了一个如图所示的容器，其上半部分是一个正四棱锥，下半部分是一个长方体，已知正四棱锥 $S-ABCD$ 的高是长方体 $ABCD-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$ 高的 $\frac{1}{2}$ ，且底面正方形 $ABCD$ 的边长为4， $AA\_{1}=2$ ．



（1）求 $AC\_{1}$ 的长及该长方体的外接球的体积；

（2）求正四棱锥的斜高和体积．

【答案】 （1）∵几何体 $ABCD-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$ 为长方体且 $AB=BC=4$ ， $AA\_{1}=2$ ，

∴ $AC\_{1}=\sqrt{AB^{2}+BC^{2}+AA\_{1}^{2}}=\sqrt{4^{2}+4^{2}+2^{2}}=6$ ，

记长方体外接球的半径为 $R$ ，线段 $AC\_{1}$ 就是其外接球直径，

则 $2R=6$ ，∴ $R=3$ ，∴外接球的体积为 $V=\frac{4}{3}π×3^{3}=36π$ ．

（2）如图，设 $AC$ ， $BD$ 交于点 $O$ ，连结 $SO$ ，则 $SO$ 为正四棱锥的高，



∵ $S-ABCD$ 为正四棱锥，∴ $SO$ 为正四棱锥的高，

又长方体的高为 $AA\_{1}=2$ ，∴ $SO=\frac{1}{2}×2=1$ ，

取 $AB$ 的中点 $E$ ，连结 $OE$ 、 $SE$ ，则 $SE$ 为正四棱锥的斜高，

在 $Rt△SOE$ 中， $SO=1$ ， $OE=\frac{1}{2}AD=2$ ，∴ $SE=\sqrt{SO^{2}+OE^{2}}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$ ，

∵ $S\_{ABCD}=4×4=16$ ， $SO=1$ ，∴ $V\_{S-ABCD}=\frac{1}{3}S\_{ABCD}×SO=\frac{1}{3}×16×1=\frac{16}{3}$ ，

∴正四棱锥的斜高为 $\sqrt{5}$ ，体积为 $\frac{16}{3}$ ．

【考点】棱柱的结构特征，棱柱、棱锥、棱台的体积，球的体积和表面积

【解析】【分析】（1）因为几何体 $ABCD-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$ 为长方体且 $AB=BC=4$ ， $AA\_{1}=2$ ，再利用勾股定理求出长方体的体对角线的长，进而求出 $AC\_{1}$ 的长；记长方体外接球的半径为 $R$ ，线段 $AC\_{1}$ 就是其外接球直径，从而求出外接球的直径，进而求出外接球的半径，再利用外接球的体积公式，从而求出该长方体的外接球的体积。

（2） 设 $AC$ ， $BD$ 交于点 $O$ ，连结 $SO$ ，则 $SO$ 为正四棱锥的高，因为 $S-ABCD$ 为正四棱锥，所以$SO$ 为正四棱锥的高，又因为长方体的高为 $AA\_{1}=2$ ，所以利用中点的性质求出$SO=\frac{1}{2}×2=1$ ，取 $AB$ 的中点 $E$ ，连结 $OE$ 、 $SE$ ，则 $SE$ 为正四棱锥的斜高，在 $Rt△SOE$ 中， $SO=1$ ， $OE=\frac{1}{2}AD=2$ ，利用勾股定理求出$SE$ 的长，再利用四边形的面积公式结合四棱锥的体积公式，从而求出正四棱锥的斜高为 $\sqrt{5}$ ，体积为 $\frac{16}{3}$。

20.在 $△ABC$ 中， $a$ ， $b$ ， $c$ 分别是角 $A$ ， $B$ ， $C$ 的对边， $b=2\sqrt{6}$ ， $\sqrt{3}sinB-2cos^{2}\frac{B}{2}=1$ ．

（1）求角 $B$ 的大小及 $△ABC$ 外接圆的半径 $R$ 的值；

（2）若 $AD$ 是 $∠BAC$ 的内角平分线，当 $△ABC$ 面积最大时，求 $AD$ 的长．

【答案】 （1）由 $\sqrt{3}sinB-2cos^{2}\frac{B}{2}=1$ ，得 $\sqrt{3}sinB-cosB=2$ ，

∴ $2(\frac{\sqrt{3}}{2}sinB-\frac{1}{2}cosB)=2$ ，∴ $sin(B-\frac{π}{6})=1$ ，

∵ $0<B<π$ ，∴ $-\frac{π}{6}<B-\frac{π}{6}<\frac{5π}{6}$ ，∴ $B-\frac{π}{6}=\frac{π}{2}$ ，解得 $B=\frac{2π}{3}$ ，

由正弦定理得， $\frac{b}{sinB}=\frac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4\sqrt{2}=2R$ ，解得 $R=2\sqrt{2}$ ．

（2）在 $△ABC$ 中，由余弦定理得， $b^{2}=a^{2}+c^{2}-2accos\frac{2π}{3}=a^{2}+c^{2}+ac=24$ ，

∴ $24\geq 2ac+ac=3ac$ ，∴ $ac\leq 8$ ，当且仅当 $a=c=2\sqrt{2}$ 时等号成立．

此时 $S\_{△ABC}$ 最大，且 $△ABC$ 为等腰三角形， $∠BAC=\frac{π}{6}$ ，∴ $∠BAD=\frac{π}{12}$ ， $∠ADB=\frac{π}{4}$ ，

在 $△ABD$ 中，由正弦定理得： $\frac{AD}{sin\frac{2π}{3}}=\frac{AB}{sin\frac{π}{4}}$ ，∴ $AD=\frac{2\sqrt{2}sin\frac{2π}{3}}{sin\frac{π}{4}}=2\sqrt{3}$ ．

【考点】三角函数的恒等变换及化简求值，二倍角的余弦公式，正弦定理，余弦定理

【解析】【分析】（1）利用已知条件结合二倍角的余弦公式和辅助角公式，化简函数为正弦型函数，再利用三角形中角B的取值范围，进而求出角B的值，再结合正弦定理的性质，从而求出三角形 $△ABC$ 外接圆的半径 $R$ 的值。
 （2） 在 $△ABC$ 中，由余弦定理和均值不等式求最值的方法得出$ac\leq 8$ ，当且仅当 $a=c=2\sqrt{2}$ 时等号成立，此时 $S\_{△ABC}$ 最大，且 $△ABC$ 为等腰三角形， $∠BAC=\frac{π}{6}$ ，所以$∠BAD=\frac{π}{12}$ ， $∠ADB=\frac{π}{4}$ ，在 $△ABD$ 中，由正弦定理求出AD的长。

21.如图1，在直三棱柱 $ABC-A\_{1}B\_{1}C\_{1}$ 中， $AB=BC=5k$ ， $AC=8k$ ， $AA\_{1}=\frac{2}{k}(k>0)$ ， $D$ ， $D\_{1}$ 分别为 $AC$ ， $A\_{1}C\_{1}$ 的中点，平面 $BB\_{1}D\_{1}D$ 将三棱柱分成两个新的直三棱柱（如图2，3所示）．



（1）若两个新直三棱柱的表面积之和为72，求实数 $k$ 的值；

（2）将图2和图3两个直三棱柱重新组合成一个直四棱柱，若组成的所有直四棱柱的表面积都小于132，求实数 $k$ 的取值范围．

【答案】 （1）解：∵ $AB=BC$ ， $D$ 为 $AC$ 的中点，∴ $BD⊥AC$ ，

又 $AB=BC=5k$ ， $AC=8k$ ，∴ $BD=3k$ ，

易知三棱柱被平面 $BB\_{1}D\_{1}D$ 分割成两个相同的直三棱柱，

每个直三棱柱的表面积为： $\frac{1}{2}×3k×4k+(3k+4k+5k)×\frac{2}{k}=12k^{2}+24$ ，

∴两个新直三棱柱的表面积之和 $S=24k^{2}+48=72$ ，解得： $k=1$ ．

（2）由题可知：图2、图3的两个直三棱柱重新组合成一个直四棱柱时，共有4种可能的情形：

①当底面是边长为 $3k$ ， $4k$ 的矩形，侧棱长为 $\frac{2}{k}$ 的直四棱柱时，

表面积 $S\_{1}=2×3k×4k+(3k+4k)×2×\frac{2}{k}=24k^{2}+28$ ，

②当底面是边长为 $5k$ ， $4k$ 的平行四边形，侧棱长为 $\frac{2}{k}$ 的直四棱柱时，

表面积 $S\_{2}=2×3k×4k+(5k+4k)×2×\frac{2}{k}=24k^{2}+36$ ，

③当底面是边长为 $5k$ ， $3k$ 的平行四边形，侧棱长为 $\frac{2}{k}$ 的直四棱柱时，

表面积 $S\_{3}=2×3k×4k+(5k+3k)×2×\frac{2}{k}=24k^{2}+32$ ，

④当底面是边长为 $3k$ ， $4k$ 的四边形（非矩形），侧棱长为 $\frac{2}{k}$ 的直四棱柱时，

表面积 $S\_{4}=2×3k×4k+(3k+4k)×2×\frac{2}{k}=24k^{2}+28$ ，

由上可知：表面积的最大值为 $24k^{2}+36$ ，由题意得： $24k^{2}+36<132$ ，解得： $0<k<2$ ．

∴实数 $k$ 的取值范围是 $(0,2)$ ．

【考点】棱柱、棱锥、棱台的侧面积和表面积

【解析】【分析】（1） 因为 $AB=BC$ ， $D$ 为 $AC$ 的中点，再利用等腰三角形三线合一推出线线垂直，所以 $BD⊥AC$ ，又因为 $AB=BC=5k$ ， $AC=8k$ ，所以$BD=3k$ ，易知三棱柱被平面 $BB\_{1}D\_{1}D$ 分割成两个相同的直三棱柱，再利用直三棱柱的表面积公式结合求和法和已知条件，从而求出k的值。
 （2） 由题可知，图2、图3的两个直三棱柱重新组合成一个直四棱柱时，共有4种可能的情形，再利用分类讨论的方法结合直四棱柱的表面积公式，从而得出表面积的最大值为 $24k^{2}+36$ ，由题意得 $24k^{2}+36<132$ ，再解一元二次不等式求出实数 $k$ 的取值范围。

22.已知向量 $\vec{m}=(sin2x,cos2x)$ ， $\vec{n}=(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$ ，函数 $f(x)=\vec{m}⋅\vec{n}$ ．

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式和单调递增区间；

（2）若 $a$ ， $b$ ， $c$ 分别为 $△ABC$ 三个内角 $A$ ， $B$ ， $C$ 的对边， $f(A)=1$ ， $b=2$ ， $a\in [\frac{1}{2},\frac{5}{2}]$ ，试判断这个三角形解的个数，并说明理由；

（3）若 $x\in [-\frac{π}{6},\frac{2π}{6}]$ 时，关于 $x$ 的方程 $f(x+\frac{π}{6})+(λ+1)sinx=λ$ 恰有三个不同的实根 $x\_{1}$ ， $x\_{2}$ ， $x\_{3}$ ，求实数 $λ$ 的取值范围及 $x\_{1}+x\_{2}+x\_{3}$ 的值．

【答案】 （1）解：由题意知， $f(x)=\vec{m}⋅\vec{n}=(sin2x,cos2x)⋅(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})=\frac{\sqrt{3}}{2}sin2x+\frac{1}{2}cos2x=sin(2x+\frac{π}{6})$ ，

令 $-\frac{π}{2}+2kπ\leq 2x+\frac{π}{6}\leq \frac{π}{2}+2kπ$ ，解得： $-\frac{π}{3}+kπ\leq x\leq \frac{π}{6}+kπ$ ，

∴ $f(x)$ 的单调递增区间为 $[-\frac{π}{3}+kπ,\frac{π}{6}+kπ](k\in Z)$ ．

（2）∵ $f(A)=sin(2A+\frac{π}{6})=1$ ，∴ $2A+\frac{π}{6}=\frac{π}{2}+2kπ$ ， $k\in Z$ ，即 $A=\frac{π}{6}+kπ$ ， $k\in Z$ ，

又∵ $A\in (0,π)$ ，∴ $A=\frac{π}{6}$ ．

假设三角形存在，由正弦定理可得， $\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}$ ，∴ $sinB=\frac{bsinA}{a}$ ，

①当 $a\in [\frac{1}{2},1)$ 时， $sinB=\frac{1}{a}>1$ ，∵ $sinB\in (0,1]$ ，∴三角形无解．

②当 $a=1$ 时， $sinB=\frac{1}{a}=1$ ，∴ $B=\frac{π}{2}$ ，三角形有唯一解．

③当 $a\in (1,2)$ 时， $sinB=\frac{1}{a}\in (\frac{1}{2},1)$ ，此时 $bsinA<a<b$ ，

∵ $B\in (0,π)$ ，∴ $B$ 有两个不同的值，故三角形有两解．

④当 $a\in [2,\frac{5}{2}]$ 时， $a\geq b$ ，∴ $A\geq B$ ，故三角形有唯一解．

综上所述，当 $a\in [\frac{1}{2},1)$ 时，三角形无解；当 $a=1$ 或 $a\in [2,\frac{5}{2}]$ 时，三角形有唯一解；

当 $a\in (1,2)$ 时，三角形有两解．

（3）∵ $f(x)=sin(2x+\frac{π}{6})$ ，

∴方程 $f(x+\frac{π}{6})+(λ+1)sinx=λ$ 可化为 $sin(2(x+\frac{π}{6})+\frac{π}{6})+(λ+1)sinx=λ$ ，

即 $cos2x+(λ+1)sinx=λ$ ，

化简得： $2sin^{2}x-(λ+1)sinx+λ-1=0$ （\*），即 $(2sinx-(λ-1))(sinx-1)=0$ ，

∴ $sinx=1$ 或 $sinx=\frac{λ-1}{2}$ ，

又 $x\in [-\frac{π}{6},\frac{2π}{3}]$ 时，方程（\*）有三个不同的实根，且当 $sinx=1$ 时， $x\_{1}=\frac{π}{2}$ ，

∴ $sinx=\frac{λ-1}{2}$ 在 $[-\frac{π}{6},\frac{2π}{3}]$ 上有两个不同的实根为 $x\_{2}$ ， $x\_{3}$ ，

又∵ $x\in [-\frac{π}{6},\frac{2π}{3}]$ ，∴ $sinx\in [\frac{\sqrt{3}}{2},1)$ ，∴ $\frac{\sqrt{3}}{2}\leq \frac{λ-1}{2}<1$ ，解得： $\sqrt{3}+1\leq λ<3$ ，

易知 $x\_{2}$ ， $x\_{3}$ 关于 $x=\frac{π}{2}$ 对称，∴ $\frac{x\_{2}+x\_{3}}{2}=\frac{π}{2}$ ，即 $x\_{2}+x\_{3}=π$ ，∴ $x\_{1}+x\_{2}+x\_{3}=\frac{π}{2}+π=\frac{3π}{2}$ ．

综上所述， $λ$ 的取值范围为 $\sqrt{3}+1\leq λ<3$ ， $x\_{1}+x\_{2}+x\_{3}$ 的值为 $\frac{3π}{2}$ ．

【考点】函数的单调性及单调区间，三角函数的恒等变换及化简求值，正弦定理

【解析】【分析】（1）利用已知条件结合数量积的坐标表示和辅助角公式，从而化简函数为正弦型函数，再利用正弦型函数的图像判断出正弦型函数的单调性，进而求出正弦型函数的单调递增区间。
 （2）利用已知条件结合正弦定理和分类讨论的方法，从而得出当 $a\in [\frac{1}{2},1)$ 时，三角形无解；当 $a=1$ 或 $a\in [2,\frac{5}{2}]$ 时，三角形有唯一解；当 $a\in (1,2)$ 时，三角形有两解。
 （3）因为  $f(x)=sin(2x+\frac{π}{6})$ ，所以方程 $f(x+\frac{π}{6})+(λ+1)sinx=λ$ 可化为 $sin(2(x+\frac{π}{6})+\frac{π}{6})+(λ+1)sinx=λ$ ，所以$sinx=1$ 或 $sinx=\frac{λ-1}{2}$ ，又因为 $x\in [-\frac{π}{6},\frac{2π}{3}]$ 时，方程（\*）有三个不同的实根，且当 $sinx=1$ 时， $x\_{1}=\frac{π}{2}$ ，所以 $sinx=\frac{λ-1}{2}$ 在 $[-\frac{π}{6},\frac{2π}{3}]$ 上有两个不同的实根为 $x\_{2}$ ， $x\_{3}$ ，又因为 $x\in [-\frac{π}{6},\frac{2π}{3}]$ ，所以$sinx\in [\frac{\sqrt{3}}{2},1)$ ，∴所以 $\sqrt{3}+1\leq λ<3$ ，易知 $x\_{2}$ ， $x\_{3}$ 关于 $x=\frac{π}{2}$ 对称，再利用图形的对称性，所以 $x\_{2}+x\_{3}=π$ ，所以 $x\_{1}+x\_{2}+x\_{3}=\frac{3π}{2}$ 。