**梅州市高中期末考试试卷（2021.7）**

**高一数学**

**注意事项：**

**本试卷共6页，22小题，满分150分.考试用时120分钟.**

**1. 答卷前，考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在答题卡上.**

**2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上.**

**3. 作答必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液..不按以上要求作答的答案无效.**

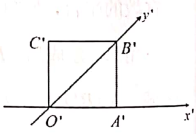
**4. 考生必须保持答题卡的整洁.考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.**

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

1. 设复数（是虚数单位），则（ ）

A.  B.  C.  D. 

2. 一水平放置的平面图形，用斜二测画法画出了它的直观图，此直观图恰好是一个边长为2的正方形，则原平面图形的面积为（ ）



A.  B.  C.  D. 

3. 设、为两个互斥事件，且，，则下列各式错误的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

4. 已知，是两个不同的平面，，是两条不同的直线，则下列结论正确的是（ ）

A. 若，，，则 B. 若，，，则

C. 若，，则 D. 若，，，则

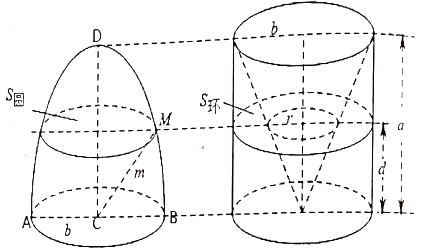
5. 已知平面向量，，与垂直，则的值是（ ）

A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

6. 已知一组样本数据，，，…，，且，平均数，则该组数据的方差（ ）

A. 1 B.  C. 2 D. 

7. 祖暅（公元5-6世纪，祖冲之之子），是我国齐梁时代的数学家，他提出了一条原理：“幂势既同，则积不容异.”这句话的意思是：两个等高的几何体若在所有等高处的水平截面的面积相等，则这两个几何体的体积相等.该原理在西方直到十七世纪才由意大利数学家卡瓦列利发现，比祖暅晚一千一百多年.椭球体是椭圆绕其轴旋转所成的旋转体.如图将底面直径皆为，高皆为的椭半球体和已被挖去了圆锥体的圆柱体放置于同一平面上，以平行于平面的平面于距平面任意高处可横截得到及两截面，可以证明总成立.据此，短轴长为，长半轴为的椭半球体的体积是（ ）



A.  B.  C.  D. 

8. 已知长方体的高，，，，则当最大时，二面角的余弦值为（ ）

A.  B.  C.  D. 

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. 已知复数满足（是虚数单位），则下列关于复数的结论正确的是（ ）

A. 

B. 复数的共轭复数为

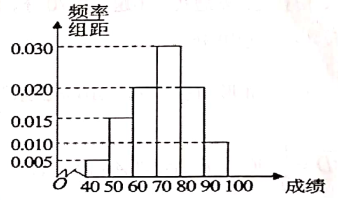
C. 复平面内表示复数的点位于第三象限

D. 复数是方程的一个根

10. 已知的内角，，所对边的长分别为，，，，，，若满足条件的有两个，则的值可以是（ ）

A.  B.  C. 3 D. 4

11. 在疫情防护知识竞赛中，对某校2000名考生的参赛成绩进行统计，可得到如图所示的频率分布直方图，其中分组的区间为，，，，，，60分以下视为不及格，若同一组中数据用该组区间中间值作代表值，则下列说法中正确的是（ ）



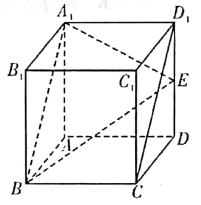
A. 成绩在的考生人数最多

B. 不及格的考生人数为500

C. 考生竞赛成绩的众数为75分

D. 考生竞赛成绩的中位数约为75分

12. 正方体中，是棱的中点，在侧面上运动，且满足平面.以下命题正确的有（ ）



A. 侧面上存在点，使得

B. 直线与直线所成角可能为

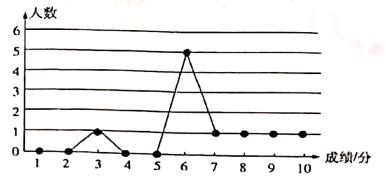
C. 平面与平面所成锐二面角的正切值为

D. 设正方体棱长为1，则过点，，的平面截正方体所得的截面面积的最大值为

三、填空题：本题共4小题，每题5分，共 20分.

13. 向量，满足，，与的夹角为，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14. 某校为了普及“创建文明城市”知识，举行了一次知识竞赛，满分10分，有10名同学代表班级参加比赛，已知学生得分均为整数，比赛结束后统计这10名同学得分情况如折线图所示，则这10名同学成绩的极差为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，分位数是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

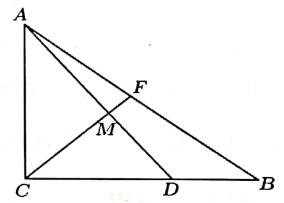


15. 梅州一所中学的高一，高二，高三的模联社团的人数分别为25，15，10，现采用分层抽样的方法从中抽取部分学生参加模联会议，已知在高二年级和高三年级中共抽取5名同学，若从这5名同学中再随机抽取2名同学承担文件翻译工作，则抽取的两名同学来自同一年级的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16. 在边长为3的菱形中，，将菱形沿其对角线折成直二面角，若，，，四点均在某球面上，则该球的表面积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

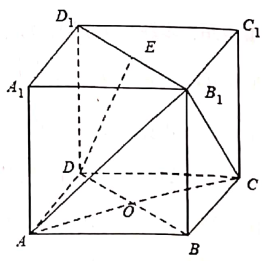
17. 在三角形中，，，，是线段上一点，且，为线段的中点.



（1）若，求的值；

（2）求的值.

18. 如图，在正方体中，棱长为1，为的中点，.



（1）求证：平面；

（2）求证：平面；

（3）求三棱锥的体积.

19. 在①；②；③这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，然后解答补充完整的题目.

在中，内角，，的对边分别为，，，且\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

（1）求角；

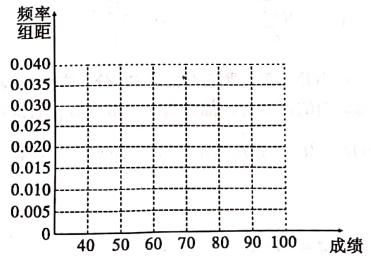
（2）若，的面积为，求的周长.

（注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分）

20. 我市某校为了解高一新生对文理科的选择，对1000名高一新生发放文理科选择调查表，统计知，有600名学生选择理科，400名学生选择文科.分别从选择理科和文科的学生中随机各抽取20名学生的数学成绩得如下累计表：

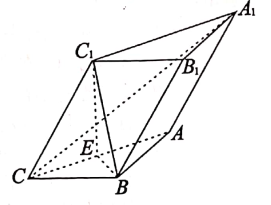
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 分数段 | 理科人数 | 文科人数 |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

（1）利用统计表数据分析：选择文理科学生的数学平均分及数学成绩对学生选择文理科的影响；并绘制选择理科的学生的数学成绩的频率分布直方图；



（2）从数学成绩不低于70分的选择理科和文科的学生中各取一名学生的数学成绩，求选取理科学生的数学成绩至少高于选取文科学生的数学成绩一个分数段的概率.

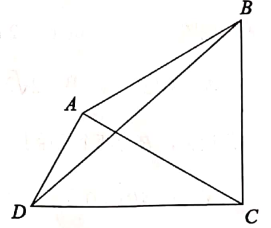
21. 如图，在三棱柱中，平面底面，，，，，为的中点，侧棱.



（1）求证：；

（2）求直线与平面所成角的余弦值.

22. 芹洋湿地公园是以水为主题的公园，以湿地良好生态环境和多样化湿地景观资源为基础的生态型主题公园.欲在该公园内搭建一个形状为平面凸四边形的休闲、观光及科普宣教的平台，如图所示，其中（单位：百米），（单位：百米），为正三角形.建成后将作为人们旅游观光、休闲娱乐的区域，将作为科普宣教湿地功能利用、弘扬湿地文化的区域.



（1）当时，求旅游观光、休闲娱乐的区域的面积；

（2）求旅游观光、休闲娱乐的区域面积的最大值.

**梅州市高中期末考试试卷（2021.7）**

**高一数学参考答案与评分意见**

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1-5：CABDA 6-8：DAB

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分.

9. ABD 10. BC 11. AC 12. AC

三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，满分20分.

13.  14. 7，8.5 15.  16. 

四、解答题：本大题共6小题，满分70分.解答须写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. 解：（1）∵，∴，

得，

∵，∴，，

∴.

（2）∵在三角形中，，，，

∴，，

∵，∴为等边三角形，

∴.

18.（1）证明：∵在正方体中，平面，

平面，∴，

∵，，

∴平面.

（2）证明：连接，

∵在正方体中，且，

∴四边形是平行四边形，

∴且，

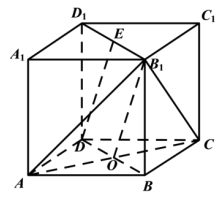
∵，分别为，中点，∴，

∴四边形是平行四边形，

∴，

∵平面，平面，

∴平面.



（3）由（2）得平面，

∴点到平面的距离即为点到平面的距离，

∴



.

19. 解：（1）选①，∵，

∴由正弦定理得，

即，

又在中，，，，

∴，

∴，

∵，

∴.

选②，∵，

∴由正弦定理得，

又在中，，，

∴，

∵，

∴.

选③，∵，

∴，即，

∴由余弦定理得，

∵，

∴.

（2）∵，，的面积为，

∴，

∴，

又由余弦定理得，

即，

∴，

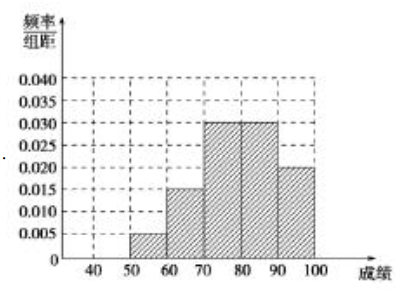
即，

所以的周长为.

20. 解：（1）①从统计表看出：选择理科的学生的数学平均成绩高于选择文科的学生的数学平均成绩；

②从统计数据反映了数学成绩对学生选择文理科有一定的影响.

频率分布直方图如下.



（2）设选择理科的学生考分在，，分别事件，，，

选择文科的学生考分在，，的事件分别为，，，

事件：选取理科学生的数学成绩至少高于选取文科的学生的数学成绩一个分数段.

则，

∴，

由累计表可得

.

21.（1）证明：∵，为的中点，

∴，

又平面平面，

平面平面，

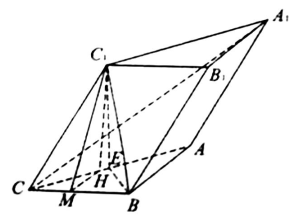
∵平面，

又平面，∴，

又，，

∴平面，

∵平面，∴.



（2）∵平面平面，

∴在平面上的射影在上，

∴为直线与平面所成的角，

解法一：

过作于，连，∵，，

可得平面，平面，，

在中，，

在中，，

∴在中，，

∴直线与面所成的角的余弦值为.

解法二：

∴在平面上的射影在上，

∴为直线与平面所成的角，

在中，，，

∴为等边三角形，，

在中，，∴，

由（1）得，∴平面，又平面，

∴，∴，

在中，由余弦定理得.

22. 解：（1）在中，∵，

由余弦定理得，

∴，

（或由正弦定理得：）

∴，，

∵为等边三角形，∴，，

∴，

∴.（平方单位）

（2）不妨设，，，

∴在中，.

在中，由余弦定理得，

，

∴，

在中，由正弦定理得，

∴，

.

当且仅当时，等号成立.

∴面积最大为.（平方单位）