www.ks5u.com

西南大学附属中学校高2021级第五次月考

数 学 试 题

（满分：150分；考试时间：120分钟）

**注意事项：**

1．答题前，考生先将自己的姓名、班级、考场/座位号、准考证号填写在答题卡上．

2．答选择题时，必须使用2B铅笔填涂；答非选择题时，必须使用0.5毫米的黑色签字笔书写；必须在题号对应的答题区域内作答，超出答题区域书写无效；保持答卷清洁、完整．

3．考试结束后，将答题卡交回（试题卷学生留存，以备评讲）．

1. **单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**
2. 已知集合，则（ ）

A． B．*A* C． D．*R*

1. 已知命题，则其否定为（ ）

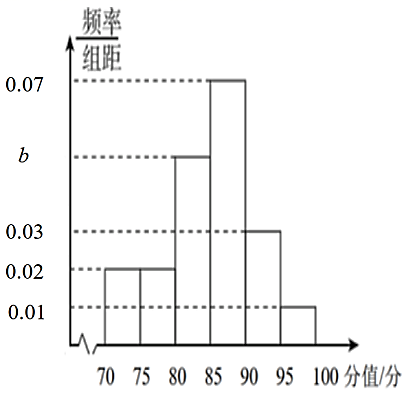
A． B． C． D．

1. 已知曲线的焦点与曲线的某一焦点关于直线：*y = x*对称，则*=*（ ）

A．1 B．– 1 C． D．

1. 已知，则的最大值为（ ）

A．1 B．2 C．3 D．4

1. 某社区为了迎接某重大纪念活动，进行了相关的知识比赛．社区工作人员将100名社区群众的比赛分数（满分100分且每人的分值为整数）分成6组：，，，，，，得到如图所示的频率分布直方图，则下列关于这100名社区群众的分数说法错误的是（ ）

A．分数的中位数一定落在区间

B．分数的众数可能为96

C．分数落在区间内的人数为25

D．分数的平均数约为85

1. 已知点*A* (1，0)，*B* (1，6)，圆，若在圆*C*上存在唯一的点*P*使，则（ ）

A．– 3或3 B．57 C．– 3或57 D．3或57

1. 已知定义在*R*上奇函数的图象是连续不断的，满足，且在上单调递增，若，，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

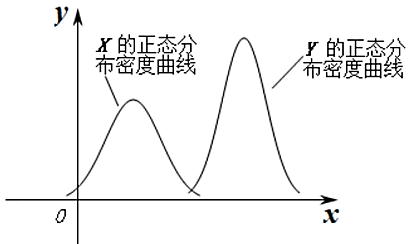
1. 在中，，，且，则的取值范围是（ ）

A.  B.  C. D. 

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

1. 假设两所学校的数学联考成绩（分别记为*X，Y*）均服从正态分布，即，，*X，Y*的正态分布密度曲线如图所示，则下列说法正确的有（ ）

参考数据：，则，

A．

B．

C．

D．

1. 已知函数存在极值点，且在递增，则的解析式可以为（ ）

A． B. 

C.  D. 

1. 已知函数，则关于函数说法正确的有（ ）

A．最小正周期 B．图象的对称轴方程为：

C．在上有最大值为2 D．方程在上有且只有3个根

1. 已知点*A*为圆台下底面圆上的一点，*S*为上底面圆上一点，且，，，则下列说法正确的有（ ）

A．直线*SA*与直线所成角最小值为

B．直线*SA*与直线所成角最大值为

C. 圆台存在内切球，且半径为

D. 直线与平面所成角正切值的最大值为

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．**

1. 已知复数*z*满足**，其中为虚数单位，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．
2. 设，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．
3. 在平面直角坐标系*xOy*中，设*M*为抛物线的弦*ON*的中点，在抛物线*C*上点*N*处的切线交*x*轴于点*P*，且，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．
4. 数列中，表示与最接近的整数，则满足的正整数*n*的最小取值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

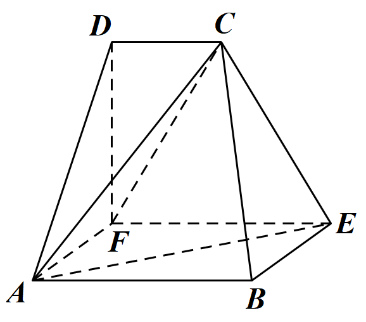
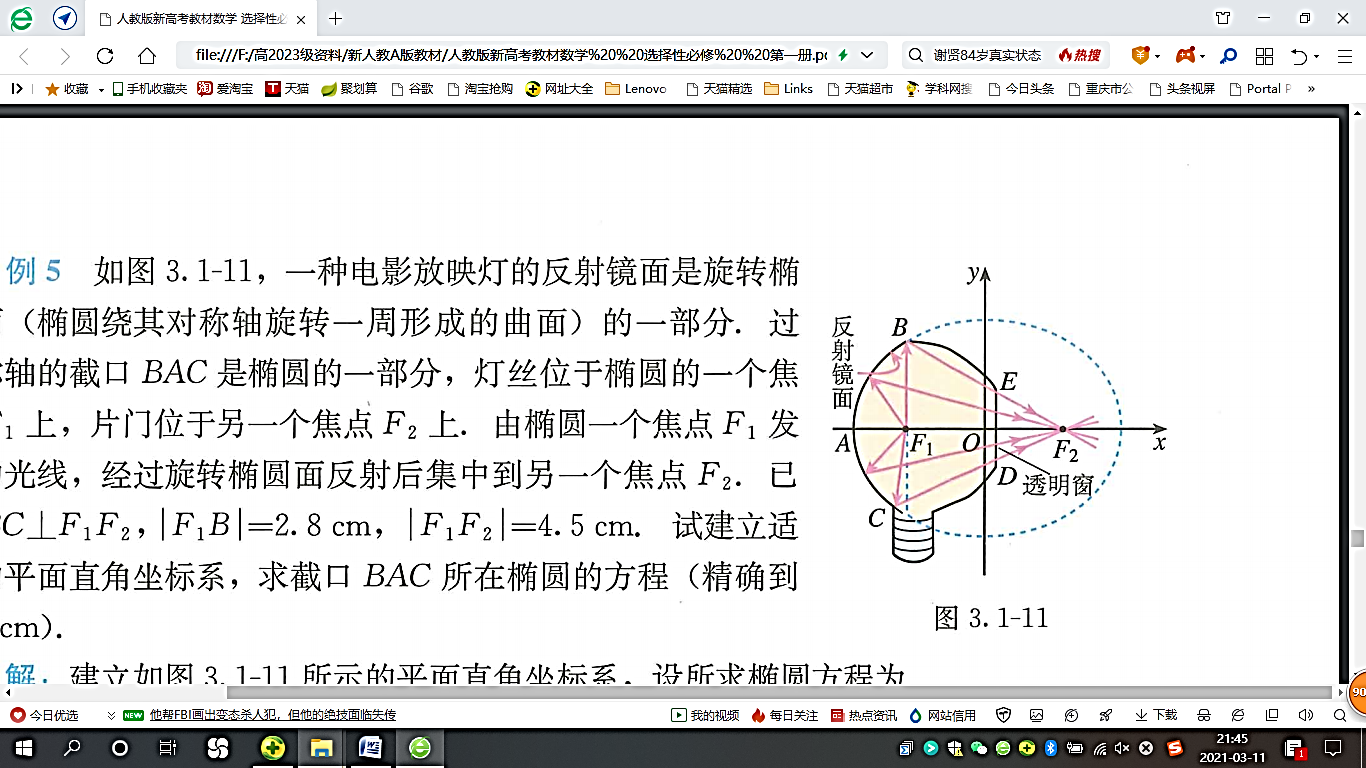
1. (10分) 等差数列的前*n*项和为，且，．
2. 求数列的通项公式；
3. 若数列为递增数列，求数列{}的前*n*项和．
4. (12分) 请从下面三个条件中任选一个，补充在下面的横线上，并解答．

①

②

③

已知中的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*， ．

1. 求*A*；
2. 若且，求的面积．
3. (12分) 在五面体*ABCDEF*中，四边形*ABEF*为正方形，平面*ABEF*⊥平面*CDFE*，*CD*//*EF*，*DF*⊥*EF*，*EF* = 2*CD* = 2．
4. 若平面*ACF*⊥平面*BCE*，求*DF*的长；
5. 在第（1）问的情况下，过*D*点做平行于平面*BCE*的平面交*EF*于点*G*，交*AB*于点*H*，求三棱柱*DGH—BCE*的体积．
6. (12分) 甲、乙二人争夺一场乒乓球比赛的冠军，若比赛为“五局三胜”制（即率先累计获得三局比赛者获胜，且每局比赛都必须分出胜负，没有平局），若甲在连胜两局后下一局获胜的概率为，其余情况下，甲在每局比赛中获胜的概率均为．
7. 求甲通过四场比赛获得冠军的概率；
8. 设这场乒乓球比赛总共进行了*X*局，求*X*的分布列和数学期望．
9. (12分) 已知函数．
10. 求函数的单调区间；
11. 若对任意的，都有恒成立，求实数的最小值．
12. (12分) 如图，一种电影放映灯的反射镜面是旋转椭圆面（椭圆绕其对称轴旋转一周形成的曲面）的一部分．过对称轴的截口是椭圆的一部分，灯丝位于椭圆的一个焦点上，片门位于该椭圆的另一个焦点上．椭圆具有以下光学性质：由椭圆的一个焦点出发的光线，经过椭圆面反射后集中到另一个点．也即：焦点为，的椭圆上任意一点处的切线与直线和直线所成的角相等．已知，，．以所在直线为轴，线段的垂直平分线为轴，建立如下图的平面直角坐标系．
13. 求截口所在椭圆的方程；
14. 点为椭圆上除长轴端点和短轴端点外的任意一点，若的角平分线交轴于点，设直线的斜率为，直线，的斜率分别为，．

请问是否为定值，若是，求出这个定值，若不是，请说明理由．

高2021级第五次月考数学试题参考答案

1—8 CDBC BCAC 9．AD 10．BCD 11．AC 12．AB

13． 14．365 15．2 16．111

4．由题，，即，则，

所以，又，所以，所以最大为3.

5．由频率分布直方图，分数在区间共计35人，则在区间上的整数分数至少有一个分数的人数不小于7人，而分数在区间共计5人，则在区间内的每一个整数分数最多5人，所以众数不可能在区间。

6．由题意，只需以*AB*为直径的圆与圆C有且仅有一个公共点，即两圆相切。其中，，所以以*AB*为直径的圆M的方程为，圆.由两圆相切，则,即，所以或

7．由题有对称中心，又，则有对称轴，所以必是周期函数，且，所以，，



又是奇函数，且在上单调递增，所以在上单调递增.

由于，所以，即

8．在中，，即，取中点*D*，即，则

又BD是中线，所以是等腰三角形, BA=BC.由，即

则,

由 ，则，所以.

9．由正态分布，

，则，A正确。，B错误

由图可知Y分布更集中，所以，则，所以C错误

由图可知，所以，则D正确.

10．A选项：为定义域上是增函数，无极值点，不符题意

B选项，则，所以有极小值点，且在递增

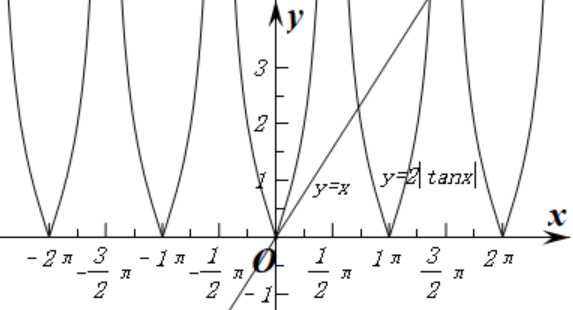
C选项符合题意.

D选项，

当，令，，

所以由复合函数的单调性可知，当，即时，函数为递增；当，即，函数递减；所以符合题意。

11．如图作出，的图像，由图像可得AC正确。



12．由题，设上，下底面半径为，其中，

过S做底面的垂线下底面为点D，则，

所以直线SA与直线所成角即为直线SA与直线所成角,

即为所求，所以,

由圆的性质，，

所以，所以，则A,B选项正确.

对于C选项，若圆台存在内切球，则必有轴截面的等腰梯形存在内切圆，梯形的上底下底分别为2,4，高为，易得等腰梯形的腰为，假设等腰梯形有内切圆，由内切圆的性质可得腰长为，所以圆台不存在内切球，对于D选项，如图，平面SBC即平面，过点A做交于点H，易证，

所以直线与平面所成角即为，,

设，则，

所以

其中，所以，

当时，最大为，所以D选项错误.

13. ，即

14．取，则(1)

取，则(2)

所以(1)+(2)可得

15．由题，设点，由*M*为*ON*的中点，所以，

因为抛物线*，*所以在点处的切线方程为：，

所以切线与轴的交点，所以，，所以，则.

16．由题意，因为

即，，，

所以利用分组求和：，

当，只需找到最大的整数*k*,使，则最小的*n*=*k*+1

法一：因为10,11的平均数为，，所以，，

所以的最小n的取值为111.

法二：

17．解：(1) 由为等差数列，设其公差为d,则由，可得

又解得，所以

(2) 因为数列为递增数列，，所以的通项公式为.

则，所以，所以{}的前项和为：



18．解：(1) 选①，，

由诱导公式得：,即,

因为，所以，所以

选②，由诱导公式得,

整理即有,

又已知，且，所以必，所以.

选③，已知，

由正弦定理可得,

可得：,即,

因为，所以，即，所以.

(2) 由余弦定理：，所以，从而，又，所以，所以为等边三角形。又因为，所以，则

19．解：法一：

(1) 因为平面*ABEF*⊥平面*CDFE，，*所以*DF*⊥平面*ABEF*，又**，以*F*为原点，*FA*,*FE*,*FD*分别为轴，轴，轴建立空间直角坐标系，设*FD=h,*则,,,,,,，所以平面的法向量.,,所以平面的法向量。

由题，若平面平面，所以，所以*FD=h=*1.

(2) 若*FD=*1，则由（1）可知平面的法向量, 点,, ，所以点D到平面的距离,

又平面平面，且(交线)，所以，所以，在梯形中，，

所以直角三角形的面积,

所以

法二：

(1) 因为平面*ABEF*⊥平面*CDFE，**，*所以*DF*⊥平面*ABEF,又**，*所以，从而*，*因为*，*所有*，*从而*，*所以为平面*ACF*与平面*BCE*的夹角或夹角的补交，又因为平面*ACF*⊥平面*BCE，*所以*，*在梯形FECD中，*EF* = 2*CD* =2，取*EF*的中点*M*，连接*CM*，则四边形*CDFM*为矩形，从而在直角三角形*CEF*中，*DF=MC*=；

(2) 

20．解：(1) 在甲获得冠军的条件下，求比赛进行了四局的概率为P

则

(2) X的可能取值为3,4,5









所以关于*X*的分布列如图：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 3 | 4 | 5 |
| *P* |  |  |  |



21．解：(1) ，定义域为，，

当，，所以； ，

所以单增区间；单减区间

当，令，得.

当，则，所以当；，

所以单增区间；单减区间

当，则，

若，，所以单增区间为；

当，，

所以当；；

所以单增区间，；单减区间

当，，

所以当；；

所以单增区间，；单减区间

综述：当， 单增区间；单减区间；

当， 单增区间为；

当， 单增区间，；单减区间

当，单增区间，；单减区间

(2) 由题，对任意的，都有恒成立，注意到.

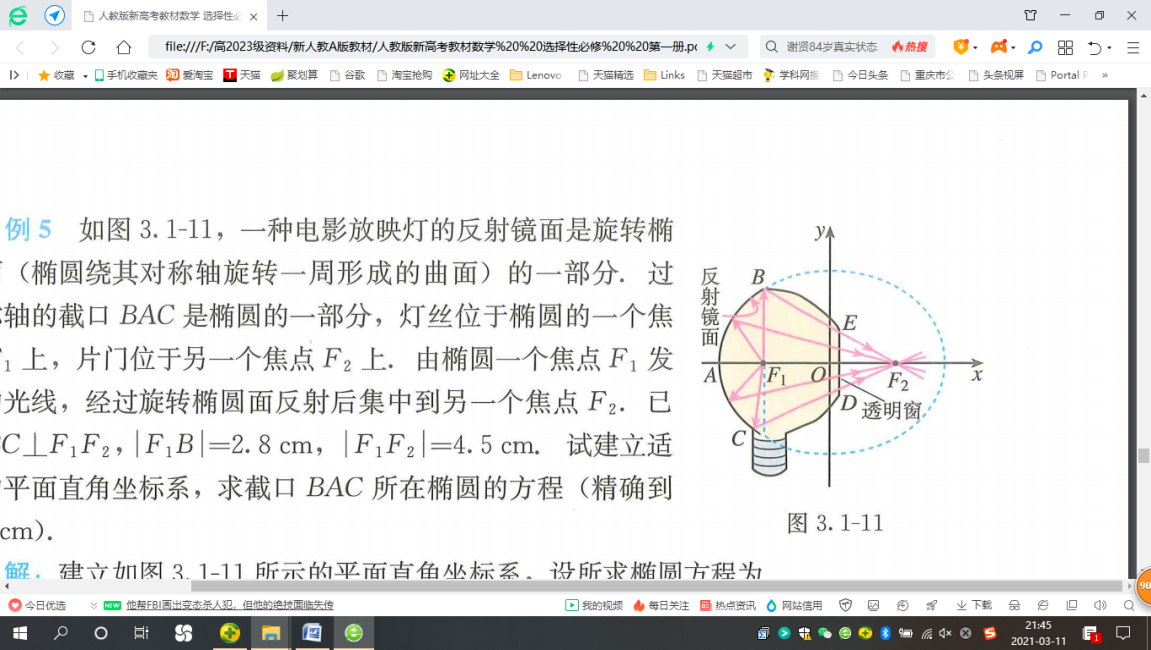
当，在上递减，所以当，，不符合，舍去.

当，单减区间单增区间，.、

所以当，，不符合，舍去.

当，单增区间为，所以在上递增，则恒成立；

当， 单增区间，，所以在上递增，则恒成立；

 综述：，所以的最小值为.

22．解：(1) 设所求椭圆方程为，

则，

由椭圆的性质：，所以，



所以椭圆的方程为.

(2) 由椭圆的方程为，则.

设椭圆上的点，则，

又椭圆在点处的切线方程为，

证明如下：对于椭圆，

当，，则，

所以椭圆在处的切线方程为，

又由，可以整理切线方程为：，

即切线方程为，即，也即.

所以椭圆在点处的切线方程为，

同理可证：当，椭圆在点处的切线方程为，

综述：椭圆在点处的切线方程为，

所以在点处的切线的斜率为，

又由右光学性质可知：直线，所以，则.

所以，

，

那么.