姓名\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 准考证号\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

（在此卷上答题无效）

绝密★启用前

**湖南省五市十校教研教改共同体·2021年上学期高一期末考试**

**数学**

本试卷共4页。全卷满分150分，考试时间120分钟。

注意事项：

1．答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合，，则

A． B． C． D．

2．已知向量，，若，则实数的值是

A． B． C．1 D．2

3．若，为两条不同的直线，为平面，且，则“”是“”的

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

4．某小区居民上网年龄分布图如图所示，现按照分层抽样的方法从该小区抽取一个容量为的样本。若样本中90后比00后多52人，则



A．400 B．450 C．500 D．550

5．函数，的部分图像大致是

   

A B C D

6．已知函数在单调递减，在单调递增，则的最小正周期为

A． B． C． D．

7．设，，，则

A． B． C． D．

8．已知，，分别为内角，，的对边，，则的最大值为

A．2 B． C．4 D．8

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9．已知复数，则下列命题正确的是

A．的虚部为 B．

C． D．在复平面内对应的点位于第三象限

10．某城市在创建文明城市的活动中，为了解居民对“创建文明城市”的满意程度，组织居民给活动打分（分数为整数，满分100分），从中随机抽取一个容量为100的样本，发现数据均在内。现将这些分数分成6组并画出样本的频率分布直方图，但不小心污损了部分图形，如图所示。观察图形，则下列说法正确的是



A．频率分布直方图中第三组的频数为10人

B．根据频率分布直方图估计样本的众数为75分

C．根据频率分布直方图估计样本的中位数为75分

D．根据频率分布直方图估计样本的平均数为75分

11．已知三棱锥的顶点均在表面积为的球的球面上，、、两两垂直，，，则下列结论中正确的是

A．球的半径为 B．

C．到平面的距离为 D．到平面的距离为

12．已知的重心为，过点的直线与边，的交点分别为，，若，且与的面积之比为，则的可能取值为

A． B． C． D．3

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．若向量，满足，，，则与的夹角为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

14．从长度（单位：）分别为2，3，4，5的4条线段中任取3条，能构成钝角三角形的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_。

15．已知，，分别为内角，，的对边，，，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

16．《九章算术》中，刍甍（chú méng）是一种五面体，其底面为矩形，顶部为一条平行于底面矩形的一边且小于此边的线段。在如图所示的刍甍中，平面平面，，且四边形为等腰梯形，，，，则刍甍的体积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，

二面角的余弦值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。



四、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（10分）

在中，，设（、为实数）。

（1）求，的值；

（2）若，，求。

18．（12分）

函数的部分图像如图所示。

（1）写出图中、的值；

（2）将函数的图像向右平移个单位，再将所得图像上所有点的纵坐标缩短为原来的倍，横坐标不变，得到函数的图像，求方程在区间上的解。



19．（12分）

为了参加数学选拔赛，某高级中学对高二年级理科、文科两个数学兴趣小组的同学进行了赛前模拟测试，成绩（单位：分）记录如下：

理科：79，80，81，79，94，92，85，90

文科：94，80，90，81，73，84，90，80

（1）计算理科、文科两组同学成绩的平均数和方差，并从统计学的角度分析，哪组同学在此次模拟测试中发挥更好；

（2）若在成绩不低于90分的同学中随机抽出2人进行培训，求抽出的2人中至少有1名理科组同学的概率。

20．(12分)

如图,四棱锥中，为等边三角形，平面，，，为的中点。

（1）证明：平面；

（2）证明：平面平面；

（3）若，，求直线与平面所成角的正弦值。



21．(12分)

内角，，的对边分别为，，，，。

（1）证明：；

（2）若，求的周长。

22．(12分)

如图，正方形与正方形所在平面互相垂直，、分别在，上，，。

（1）证明：；

（2）证明：平面；

（3）求平面截三棱柱所成大小两部分的体积比。



**高一数学参考答案**

选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | C | C | B | A | D | D | A | B | AC | AB | ABD | BD |

1．C解析：，，

。

2．C解析：由已知可得，。

3．B解析：由，或，由 ，，“”是“”的必要不充分条件。

4．A解析：根据题意可知，解得。

5．D解析：易知，为奇函数：当时，单调递增，单调递减，单调递增，故选D。

6．D解析：由题意结合余弦函数图像可得，，最小正周期。

7．A解析：，，，

，，，

，，即，。

8．B解析：由已知及正弦定理得，，两边除以得，当，都为锐角时，，，当且仅当时，等号成立，

。若，其中一个为钝角时，，的最大值为。

9．AC解析：，∴AC正确。

10．ABC解析：分数在内的频率为，所以第三组的频数为（人），故A正确；因为众数的估计值是频率分布直方图中最高矩形的中点，从图中可看出众数的估计值为75分，故B正确；因为，

，所以中位数位于，估计值为75，故C正确；样本平均数的估计值为（分），故D错误。

11．ABD解析：将三棱锥构造在长体中，，，，由等体积法可得到平面的距离，设与平面交于点，则由几何关系可得，∴点到平面的距离。

12．BD解析：如图，，，即，设，则，三点共线，，，

，与的面积之比为，， 即，化简得，解得或3。



三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13． 14． 15． 16． （第一空2分，第二空3分）

13．解析：，∴夹角为。

14．解析：4条线段中任取3条的可能情况有234，235，245，345，共4种，其中能构成钝角三角形的情况有234，245，共2种，故概率为。

15．解析：，，，，

，，，。

16． 解析：连接，则刍甍被分割为四棱锥和三棱锥，平面平面，平面，过点作，则平面，

，，∴刍甍的体积为

。过点作，连接，则，为二面角的补角，在中，由等面积法易得，，

，∴二面角的余弦值为。



四、解答题（本大题共6小题，共70分）

17．解析：，∴过点作平行四边形可得，，。（4分）

（2）由（1）得，，。（10分）

18．解析：（1），。（4分）

（2）由（1）及题意可得，

由可得，或，，解得或，，，∴方程的解为。（12分）

19．解析：（1）从平均数和方差的角度看，理科组同学在此次模拟测试中发挥比较好。理由如下：

理科组同学成绩的平均数，

方差；文科组同学成绩的平均数。

方差；

由于，，所以理科组同学在此次模拟测试中发挥更好。（7分）

（2）设理科组同学中成绩不低于90分的3人分别，，，文科组同学中成绩不低于90分的3人分别为，，，则从他们中随机抽出2人有以下15种可能：，，，，，，，，，，，，，，。其中全是文科组同学的情况有，，三种。记“抽出的2人中至少有一名理科组同学同学”为事件则。（12分）

20．解析：（1）取中点，连接，，

则，∴四边形为平行四边形，，

平面，平面，平面（4分）

（2）平面，是正三角形，，，

，平面，

，平面，

平面，∴平面平面。（8分）

（3）过点作，则平面，即为直线与平面所成角，

，。（12分）



21．解析：（1），，为锐角，，

，

由正弦定理可得。（6分）

（2）由（1）知，

，

设，，，则，解得，

的周长为。（12分）

22．解析：（1）（Ⅰ）设正方形边长为3，过向作垂线交于，

连接，则，，，，

由余弦定理知，，

，，

，。（4分）

（2）连接交于，延长交于，连接，则，，

，平面。（8分）

（3）由（2）得平面即为截面。（8分）

，，

设正方形边长为1，则，，

∴体积比为。（12分）

