**2020—2021学年度高二年级第二学期六月份月考**



**数学试卷**

考试范围：综合卷

满分：150 分；考试时间： 120 分钟；命题人：

**一、**单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分）

1. 已知集合，集合，则

A. B. C. D.

1. 下面是关于复数为虚数单位的命题，其中假命题为

A. B.   
C. *z*的共轭复数为 D. *z*的虚部为

1. 小明同学从9种有氧运动和3种无氧运动中选4种运动进行体育锻炼，则他至少选中1种无氧运动的选法有

A. 261种 B. 360种 C. 369种 D. 372种

1. 已知抛物线*C*：的焦点为*F*，*P*为*C*在第一象限上一点，若*PF*的中点到*y*轴的距离为3，则直线*PF*的斜率为

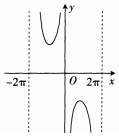
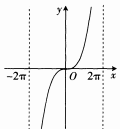
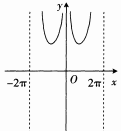
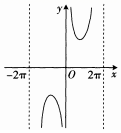
A. B. C. 2 D. 4

1. 已知，则

A. B. C. D.

1. 函数的部分图象大致是

A. B.   
C. D.



1. 某中学为了调查该校学生对于新冠肺炎防控的了解情况，组织了一次新冠肺炎防控知识竞赛，并从该学校1500名参赛学生中随机抽取了100名学生，并统计了这100名学生成绩情况满分100分，其中80分及以上为优秀，得到了样本频率分布直方图如图，根据频率分布直方图推测，这1500名学生中竞赛成绩为优秀的学生人数大约为

A. 360 B. 420 C. 480 D. 540



1. 已知是定义在*R*上的奇函数，，若，，则

A. 2 B. C. 2或 D. 2或1

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 如果平面向量，那么下列结论中正确的是

A. B.   
C. 与的夹角为 D. 在方向上的投影为

1. 袋子中有2个黑球，1个白球，现从袋子中有放回地随机取球4次，取到白球记0分，黑球记1分，记4次取球的总分数为*X*，则

A. B.   
C. *X*的期望 D. *X*的方差

1. 已知函数，其导函数为，设，则

A. 的图象关于原点对称 B. 在*R*上单调递增  
C. 是的一个周期 D. 在上的最小值为

1. 设，，则

A. B.   
C. D.

三、单空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 已知随机变量*X*服从正态分布，若，则\_\_\_\_\_\_ ．
2. 五位同学站成一排，其中3位女生，2位男生，如果2位男生不能相邻，且女生甲不能排第一个，那么所有的排列总数为\_\_\_\_\_\_ 用数字作答
3. 已知，，，则的最小值为\_\_\_\_\_\_ ．
4. 对于双曲线来说，我们定义圆为它的“伴随圆”过双曲线的左焦点作它的伴随圆的一条切线，设切点为*T*，且这条切线与双曲线的右支相交于点*P*，若*M*为的中点，*M*在*T*右侧，且为定值，则该双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_ ．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分）

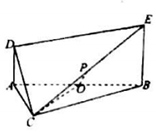
1. 设的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，且满足．  
   求的值；  
   若点*D*为边*AB*的中点，，，求*BC*的值．
2. 已知各项均为正数的等差数列的公差为4，其前*n*项和为，且为，的等比中项．  
   求的通项公式；  
   设，求数列的前*n*项和．
3. 电子烟是一种模仿卷烟的电子产品有害公共健康为研究吸食电子烟是否会引发肺部疾病，某医疗机构随机抽取了100人进行调查，吸电子烟与不吸电子烟的比例为1：3，整理数据得到如表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 感染肺部疾病 | 未感染肺部疾病 | 总计 |
| 吸电子烟 | 15 |  |  |
| 不吸电子烟 |  | 50 |  |
| 总计 |  |  |  |

完成列联表，在犯错误的概率不超过的前提下，能否认为吸食电子烟与感染肺部疾病有关？  
为进一步调查分析电子烟中诱发肺部疾病的成分因素，在感染肺部疾病的被调查人中，按照吸电子烟和不吸电子烟这两大类别，采用分层抽样的方法抽取8人，从这8个人中任取2人进行血液、痰液等相关医学检查*v*求这两个人来自同一类别的概率．  
参考公式及数据：，其中．

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

1. 如图，平面*ABC*，，*O*是*AB*的中点，为等边三角形．  
   证明：平面平面*BCE*；  
   若，*P*为*CE*的中点，*Q*为线段*OP*上的动点，判断三棱锥*QACD*的体积是否为定值？若是，求出该定值，若不是，说明理由．



1. 已知椭圆*C*：的左、右焦点分别为，，离心率为，且点在*C*上．  
   求椭圆*C*的标准方程；  
   设过的直线*l*与*C*交于*A*，*B*两点，若，求．
2. 已知函数．  
   ，求函数的最大值；  
   若恒成立，求*a*的取值集合；

**2020—2021学年度高二年级第二学期六月份月考**

**数学试卷**

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分）

1. 已知集合，集合，则

A. B. C. D.

1. 下面是关于复数为虚数单位的命题，其中假命题为

A. B.   
C. *z*的共轭复数为 D. *z*的虚部为

1. 小明同学从9种有氧运动和3种无氧运动中选4种运动进行体育锻炼，则他至少选中1种无氧运动的选法有

A. 261种 B. 360种 C. 369种 D. 372种

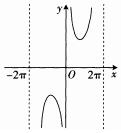
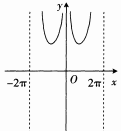
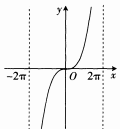
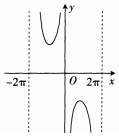
1. 已知抛物线*C*：的焦点为*F*，*P*为*C*在第一象限上一点，若*PF*的中点到*y*轴的距离为3，则直线*PF*的斜率为

A. B. C. 2 D. 4

1. 已知，则

A. B. C. D.

1. 函数的部分图象大致是

A.  B.   
C.  D. 

1. 某中学为了调查该校学生对于新冠肺炎防控的了解情况，组织了一次新冠肺炎防控知识竞赛，并从该学校1500名参赛学生中随机抽取了100名学生，并统计了这100名学生成绩情况满分100分，其中80分及以上为优秀，得到了样本频率分布直方图如图，根据频率分布直方图推测，这1500名学生中竞赛成绩为优秀的学生人数大约为

A. 360 B. 420 C. 480 D. 540

1. 已知是定义在*R*上的奇函数，，若，，则

A. 2 B. C. 2或 D. 2或1

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 如果平面向量，那么下列结论中正确的是

A. B.   
C. 与的夹角为 D. 在方向上的投影为

1. 袋子中有2个黑球，1个白球，现从袋子中有放回地随机取球4次，取到白球记0分，黑球记1分，记4次取球的总分数为*X*，则

A. B.   
C. *X*的期望 D. *X*的方差

1. 已知函数，其导函数为，设，则

A. 的图象关于原点对称 B. 在*R*上单调递增  
C. 是的一个周期 D. 在上的最小值为

1. 设，，则

A. B.   
C. D.

三、单空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 已知随机变量*X*服从正态分布，若，则\_\_\_\_\_\_ ．
2. 五位同学站成一排，其中3位女生，2位男生，如果2位男生不能相邻，且女生甲不能排第一个，那么所有的排列总数为\_\_\_\_\_\_ 用数字作答
3. 已知，，，则的最小值为\_\_\_\_\_\_ ．
4. 对于双曲线来说，我们定义圆为它的“伴随圆”过双曲线的左焦点作它的伴随圆的一条切线，设切点为*T*，且这条切线与双曲线的右支相交于点*P*，若*M*为的中点，*M*在*T*右侧，且为定值，则该双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_ ．

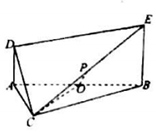
四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分）

1. 设的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，且满足．  
   求的值；  
   若点*D*为边*AB*的中点，，，求*BC*的值．
2. 已知各项均为正数的等差数列的公差为4，其前*n*项和为，且为，的等比中项．  
   求的通项公式；  
   设，求数列的前*n*项和．
3. 电子烟是一种模仿卷烟的电子产品有害公共健康为研究吸食电子烟是否会引发肺部疾病，某医疗机构随机抽取了100人进行调查，吸电子烟与不吸电子烟的比例为1：3，整理数据得到如表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 感染肺部疾病 | 未感染肺部疾病 | 总计 |
| 吸电子烟 | 15 |  |  |
| 不吸电子烟 |  | 50 |  |
| 总计 |  |  |  |

完成列联表，在犯错误的概率不超过的前提下，能否认为吸食电子烟与感染肺部疾病有关？  
为进一步调查分析电子烟中诱发肺部疾病的成分因素，在感染肺部疾病的被调查人中，按照吸电子烟和不吸电子烟这两大类别，采用分层抽样的方法抽取8人，从这8个人中任取2人进行血液、痰液等相关医学检查*v*求这两个人来自同一类别的概率．  
参考公式及数据：，其中．

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

1. 如图，平面*ABC*，，*O*是*AB*的中点，为等边三角形．  
   证明：平面平面*BCE*；  
   若，*P*为*CE*的中点，*Q*为线段*OP*上的动点，判断三棱锥*QACD*的体积是否为定值？若是，求出该定值，若不是，说明理由．
2. 已知椭圆*C*：的左、右焦点分别为，，离心率为，且点在*C*上．  
   求椭圆*C*的标准方程；  
   设过的直线*l*与*C*交于*A*，*B*两点，若，求．
3. 已知函数．  
   ，求函数的最大值；  
   若恒成立，求*a*的取值集合；

**答案和解析**

1.【答案】*C*

【解析】解：，，  
．  
故选：*C*．  
可以求出集合*A*，*B*，然后进行交集的运算即可．  
本题考查了描述法、区间的定义，对数函数的定义域，指数函数的单调性和值域，交集的运算，考查了计算能力，属于基础题．  
2.【答案】*C*

【解析】

【分析】  
本题考查命题的真假，复数的基本概念以及基本运算，是基本知识的考查．  
利用复数的除法运算法则，求出复数*z*，然后求解复数的模以及复数的基本概念判断选项的正误．  
【解答】  
解：复数，  
所以正确；正确，*z*的共轭复数为：，所以*C*不正确；*z*的虚部为，正确；  
故选：*C*．  
3.【答案】*B*

【解析】解：由抛物线的方程可得焦点，设，，  
可得*PF*的中点的横坐标，由题意可得，所以，  
将代入抛物线的方程可得：，可得，  
即，所以，  
故选：*B*．  
由抛物线的方程可得焦点*F*的坐标，设*P*的坐标，由题意可得中点的横坐标，由题意求出*P*的横坐标，代入抛物线的方程可得*P*的纵坐标，即可求出直线*PF*的斜率．  
本题考查抛物线的性质，及直线斜率的求法，属于基础题．  
4.【答案】*C*

【解析】解：由题意，分有1种无氧运动，2种无氧运动，3种无氧运动，  
则他至少选中1种无氧运动的选法有种．  
故选：*C*．  
由题意，分有1种无氧运动，2种无氧运动，3种无氧运动，根据分类计数原理可得．  
本题考查了分类计数原理，关键是分类，属于基础题．  
5.【答案】*B*

【解析】解：已知，  
整理得，所以，  
故；  
故选：*b*  
直接利用三角函数的关系式的变换和万能公式的应用求出结果．  
本题考查的知识要点：三角函数关系式的变换，万能公式，主要考查学生的运算能力和数学思维能力，属于基础题．  
6.【答案】*D*

【解析】解：由得，，则排除*C*，  
，则函数是奇函数，图象关于原点对称，排除*B*，  
当时，，则，排除*A*，  
故选：*D*．  
求出函数的定义域，判断函数的奇偶性和对称性，利用排除法进行求解即可．  
本题主要考查函数图象的识别和判断，利用函数的定义域，对称性，利用排除法是解决本题的关键，是基础题．  
7.【答案】*B*

【解析】解：由频率分布直方图得：  
样本中优秀的频率为，  
根据频率分布直方图推测，这1500名学生中竞赛成绩为优秀的学生人数大约为：  
．  
故选：*B*．  
由频率分布直方图求出样本中优秀的频率，由此根据频率分布直方图能推测这1500名学生中竞赛成绩为优秀的学生人数．  
本题考查优秀学生人数的求法，考查频率分布直方图的性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．  
8.【答案】*C*

【解析】解：根据题意，是定义在*R*上的奇函数，，  
则，  
若，，则有，  
解可得或，  
故选：*C*．  
根据题意，由函数奇偶性可得，又由与的值，可得，解得*a*的值，即可得答案．  
本题考查函数奇偶性的性质以及应用，涉及函数值的计算，属于基础题．  
9.【答案】*AB*

【解析】解：因为，所以．  
对于*A*，因为，所以，故*A*正确；  
对于*B*，因为，所以，故*B*正确；  
对于*C*，因为，所以与的夹角为，故*C*错误；  
对于*D*，在方向上的投影为，故*D*错误．  
故选：*AB*．  
直接利用向量的坐标运算，向量的模，向量的夹角运算，向量在另一个向量上的投影的应用判定*A*、*B*、*C*、*D*的结论．  
本题考查的知识要点：向量的坐标运算，向量的模，向量的夹角运算，向量在另一个向量上的投影，主要考查学生的运算能力和数学思维能力，属于基础题．  
10.【答案】*ACD*

【解析】解：由于每次取球互不影响，故所有结果有4类：  
次全是白球，，记其概率为；  
次只有1次是黑球，，记其概率为；  
次只有2次是黑球，，记其概率为；  
次只有3次是黑球，，记其概率为；  
次全是黑球，，记其概率为．  
故，故*A*正确，*B*错误；  
因为，所以*X*的期望，故*C*正确；  
因为，所以*X*的方差，故*D*正确．  
故选：*ACD*．  
利用二项分布列的概率计算公式、数学期望及其方差即可得出．  
本题考查了二项分布列的概率计算公式、数学期望及其方差，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．  
11.【答案】*AC*

【解析】解：的定义域是，  
其关于坐标原点对称，且，  
所以是奇函数，所以的图象关于原点对称，故*A*项正确；  
由，得，则，  
恒成立，所以在上单调递增，  
并不是在*R*上单调递增，故*B*项错误；  
由，得函数的定义域是，  
，故*C*项正确；  
设，当时，，此时，故*D*项错误，  
故选：*AC*．  
根据函数的奇偶性判断*A*，求出函数的导数，根据函数的单调性判断*B*，结合三角函数的性质判断*C*，通过换元思想以及三角函数的性质判断*D*．  
本题考查了函数的单调性，最值问题，考查导数的应用以及转化思想，换元思想，是中档题．  
12.【答案】*AB*

【解析】解：，，  
函数，均是减函数，  
，，故选项*CD*错误，  
函数是增函数，是减函数，  
，，  
，故选项*A*正确，  
函数是增函数，故选项*B*正确．  
故选：*AB*．  
利用函数，，，，的单调性求解．  
本题主要考查了对数函数和指数函数的性质，是基础题．  
13. 【答案】

【解析】解：随机变量*X*服从正态分布，，  
，  
．  
故答案为：．  
随机变量*X*服从正态分布，，可得，进而得出．  
本题考查了正态分布的性质及其应用，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

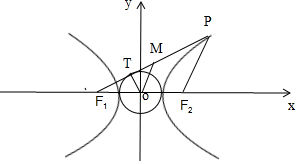
把，化为，利用“乘1法”与基本不等式的性质即可得出．  
本题考查了“乘1法”与基本不等式的性质，注意一正，二定，三等的应用，属于基础题．  
14. 【答案】60

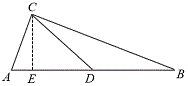
【解析】解：若第一个是男生，则第二个是女生，以后的顺序任意排，方法有种．  
若第一个是女生不是女生甲，则将剩余的2个女生排列好，2个男生插空，方法有种．  
故所有的排法种数为种，  
故答案为：60．  
若第一个出场的是男生，若第一个出场的是女生不是女生甲，把这两种情况的方法数相加，即得所求．  
本题主要考查排列组合、两个基本原理的应用，注意特殊位置优先排，不相邻问题用插空法，体现了分类讨论的数学思想，属于中档题．

15.【答案】16

【解析】解：，，，  
  
，  
当且仅当，又，即， 时取等号，  
的最小值为16．  
故答案为：16．

16.【答案】

【解析】解：设双曲线的右焦点为，如图，  
  
则，  
在中，，，  
，  
，  
，  
，  
故答案为：．  
根据双曲线的性质，定义，设出双曲线右焦点为，即可解出*a*的值，可以直接求出离心率．  
本题考查了双曲线的定义，性质，学生的运算能力，属于中档题．

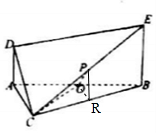
17.【答案】解：由正弦定理知，，  
，  
，  
化简得，，  
，即．  
  
作于*E*，  
，，即，  
点*D*为边*AB*的中点，且，  
，，，  
在中，，  
在中，，．

【解析】利用正弦定理将已知等式中的边化角，再结合三角形的内角和定理、正弦的两角和公式可得，最后由同角三角函数的商数关系，得解；  
作于*E*，结合中结论可推出，再在和中，均利用勾股定理，即可得解．  
本题考查解三角形在平面几何中的应用，熟练掌握正弦定理、正弦的两角和公式是解题的关键，考查学生的逻辑推理能力和运算能力，属于中档题．  
18.【答案】解：因为数列是公差为4的等差数列，  
所以分  
又，所以，即，  
解得或舍去，分  
所以分  
因为，分  
所以  
分  
分  
分

【解析】利用已知条件求出首项，然后求解通项公式即可．  
利用裂项消项法，求解数列的和即可．  
本题考查数列的递推关系式的应用，数列求和，考查转化思想以及计算能力，是中档题．  
19.【答案】解：由题意知，吸电子烟的有人，不吸电子烟的有人，由此填表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 感染肺部疾病 | 未感染肺部疾病 | 总计 |
| 吸电子烟 | 15 | 10 | 25 |
| 不吸电子烟 | 25 | 50 | 75 |
| 总计 | 40 | 60 | 100 |

由表中数据，计算，  
所以在犯错误的概率不超过的前提下，认为吸食电子烟与感染肺部疾病有关；  
用分层抽样方法抽取8人，吸电子烟的有人，不吸电子烟的有6人，  
从这8个人中任取2人，则这两个人来自同一类别的概率为．

【解析】本题考查了独立性检验应用问题，也考查了分层抽样方法与古典概型的概率计算问题，是基础题．  
分别求出吸电子烟和不吸电子烟的人数，填写列联表，计算，对照附表得出结论；  
求出用分层抽样法抽取的8人中吸电子烟和不吸电子烟的人数，计算所求的概率值．  
20.【答案】证明：平面*ABC*，平面*ABC*，  
，  
，*O*是*AB*的中点，为等边三角形，  
，  
，  
，  
平面*ACD*，  
平面*BCE*，  
平面平面*BCE*．  
解：取*BC*的中点*R*，连接*OR*，*PR*，  
在，中，*OR*，*PR*分别为中位线，  
，，  
，  
，  
平面*ACD*，平面*ACD*，  
平面*ACD*，  
同理平面*ACD*，  
，平面*OPR*，平面*OPR*，  
平面平面*OPR*，  
，  
平面*ACD*与平面*OPR*的距离，  
，  
．  
故三棱锥*QACD*的体积是定值，值为．

【解析】根据直角三角形的性质可得，再根据线面垂直的性质可得，根据线面垂直和面面垂直的判断定理即可证明．  
取*BC*的中点*R*，连接*OR*，*PR*，根据中位线定理，以及面面平行的判定定理可得平面平面*OPR*，即可求出三棱锥*QACD*的体积是为定值，根据三棱锥的体积公式即可求出．  
本题考查了线线垂直，线面垂直，面面垂直，线线平行，线面平行，面面平行的判定和性质，以及三棱锥的体积公式，属于中档题．  
21.【答案】解：由题意可知：，  
解得：，  
椭圆*C*的标准方程为：．  
易知，  
当直线*l*的斜率存在时，设直线*l*的方程为，  
设，，  
联立方程，消去*y*得：，  
，，  
，在椭圆*C*上，  
，，  
，  
，  
，  
，  
，  
整理得：，  
把，代入上式得：，  
整理得：，  
，，  
，  
当直线*l*的斜率不存在时，点，，  
，  
，不符合题意，舍去，  
综上所述，．

【解析】根据题意列出关于*a*，*b*，*c*的方程组，解出*a*，*b*，*c*的值，即可得到椭圆*C*的标准方程．  
对直线*l*的斜率分情况讨论，当直线*l*的斜率存在时，设直线*l*的方程为，与椭圆*C*的方程联立，利用韦达定理得到，，代入中，求出*k*的值，再利用弦长公式求出，当直线*l*的斜率不存在时，显然不符合题意．  
本题主要考查了椭圆的标准方程，考查了直线与椭圆的位置关系，同时考查了学生的计算能力，是中档题．  
22.【答案】解：当时，的定义域为，  
令，得，令，得．  
因此，函数的单调递增区间为，单调递减区间为，  
所以  
令，  
若，存在，与恒成立矛盾，所以必有，  
，，，所以方程必有一正根，记作，  
所以函数在单调递增，在单调递减，若满足条件，必有，注意  
则有，代入式，解得，所以*a*的取值集合为