**2020—2021学年度高二年级第二学期六月份月考**

**数学试卷**

考试范围：综合卷

满分：150 分；考试时间： 120 分钟；命题人：

**一、**单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分）

1. 已知集合$A=\{x|y=ln(x−1)\}$，集合$B=\{y|y=(\frac{1}{2})^{x},x>−2\}$，则$A∩B=(    )$

A. $⌀$ $Φ$ B. $[1,4)$ C. $(1,4)$ D. $(4,+\infty )$

1. 下面是关于复数$z=\frac{2}{−1+ i}(i$为虚数单位$)$的命题，其中假命题为$(    )$

A. $|z|=\sqrt{2}$ B. $z^{2}=2i$
C. *z*的共轭复数为$1+i$ D. *z*的虚部为$−1$

1. 小明同学从9种有氧运动和3种无氧运动中选4种运动进行体育锻炼，则他至少选中1种无氧运动的选法有$(    )$

A. 261种 B. 360种 C. 369种 D. 372种

1. 已知抛物线*C*：$y^{2}=8x$的焦点为*F*，*P*为*C*在第一象限上一点，若*PF*的中点到*y*轴的距离为3，则直线*PF*的斜率为$(    )$

A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. 4

1. 已知$2sin(π−α)=3sin(\frac{π}{2}+α)$，则$sin^{2}α−\frac{1}{2}sin2α−cos^{2}α=(    )$

A. $\frac{5}{13}$ B. $−\frac{1}{13}$ C. $−\frac{5}{13}$ D. $\frac{1}{13}$

1. 函数$f(x)=\frac{x}{cosx−1}$的部分图象大致是$(    )$

A. B.
C. D.

1. 某中学为了调查该校学生对于新冠肺炎防控的了解情况，组织了一次新冠肺炎防控知识竞赛，并从该学校1500名参赛学生中随机抽取了100名学生，并统计了这100名学生成绩情况$($满分100分，其中80分及以上为优秀$)$，得到了样本频率分布直方图$($如图$)$，根据频率分布直方图推测，这1500名学生中竞赛成绩为优秀的学生人数大约为$(    )$

A. 360 B. 420 C. 480 D. 540

1. 已知$g(x)$是定义在*R*上的奇函数，$f(x)=g(x)+x^{2}$，若$f(a)=2$，$f(−a)=2a+2$，则$a=(    )$

A. 2 B. $−1$ C. 2或$−1$ D. 2或1

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 如果平面向量$\vec{a}=(2,−4),\vec{b}=(−6,12)$，那么下列结论中正确的是$(    )$

A. $|\vec{b}|=3|\vec{a}|$ B. $\vec{a}//\vec{b}$
C. $\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$30°$ D. $\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为$2\sqrt{5}$

1. 袋子中有2个黑球，1个白球，现从袋子中有放回地随机取球4次，取到白球记0分，黑球记1分，记4次取球的总分数为*X*，则$(    )$

A. $X～B(4,\frac{2}{3})$ B. $P(X=2)=\frac{8}{81}$
C. *X*的期望$E(X)=\frac{8}{3}$ D. *X*的方差$D(X)=\frac{8}{9}$

1. 已知函数$f(x)=x+2tanx$，其导函数为$f'(x)$，设$g(x)=f'(x)cosx$，则$(    )$

A. $f(x)$的图象关于原点对称 B. $f(x)$在*R*上单调递增
C. $2π$是$g(x)$的一个周期 D. $g(x)$在$(0,\frac{π}{2})$上的最小值为$2\sqrt{2}$

1. 设$0<a<b<1$，$0<c<1$，则$(    )$

A. $ln(c^{a}+1)>ln(c^{b}+1)$ B. $(c+1)^{a}<(c+1)^{b}$
C. $a^{b}>a^{a}>b^{a}$ D. $log\_{c}a<log\_{c}b$

三、单空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 已知随机变量*X*服从正态分布$N(10,σ^{2})$，若$P(X<8)=0.23$，则$P(X<12)=$\_\_\_\_\_\_ ．
2. 五位同学站成一排，其中3位女生，2位男生，如果2位男生不能相邻，且女生甲不能排第一个，那么所有的排列总数为\_\_\_\_\_\_ $.($用数字作答$)$
3. 已知$a>0$，$b>0$，$a+4b=4$，则$\frac{4}{a}+\frac{9}{b}$的最小值为\_\_\_\_\_\_ ．
4. 对于双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$来说，我们定义圆$x^{2}+y^{2}=a^{2}$为它的“伴随圆”$.$过双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{4y^{2}}{9}=1(a>0)$的左焦点$F\_{1}$作它的伴随圆的一条切线，设切点为*T*，且这条切线与双曲线的右支相交于点*P*，若*M*为$PF\_{1}$的中点，*M*在*T*右侧，且$|MO|−|MT|$为定值$\frac{1}{2}$，则该双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_ ．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分）

1. 设$△ABC$的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，且满足$acosB−bcosA=\frac{3}{5}c$．
$(1)$求$\frac{tanA}{tanB}$的值；
$(2)$若点*D*为边*AB*的中点，$AB=10$，$CD=5$，求*BC*的值．
2. 已知各项均为正数的等差数列$\{a\_{n}\}$的公差为4，其前*n*项和为$S\_{n}$，且$2a\_{2}$为$S\_{2}$，$S\_{3}$的等比中项．
$(1)$求$\{a\_{n}\}$的通项公式；
$(2)$设$b\_{n}=\frac{4}{a\_{n}a\_{n+1}}$，求数列$\{b\_{n}\}$的前*n*项和$T\_{n}$．
3. 电子烟是一种模仿卷烟的电子产品$.$有害公共健康$.$为研究吸食电子烟是否会引发肺部疾病，某医疗机构随机抽取了100人进行调查，吸电子烟与不吸电子烟的比例为1：3，整理数据得到如表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 感染肺部疾病 | 未感染肺部疾病 | 总计 |
| 吸电子烟 | 15 |  |  |
| 不吸电子烟 |  | 50 |  |
| 总计 |  |  |  |

$(1)$完成$2×2$列联表，在犯错误的概率不超过$5\%$的前提下，能否认为吸食电子烟与感染肺部疾病有关？
$(2)$为进一步调查分析电子烟中诱发肺部疾病的成分因素，在感染肺部疾病的被调查人中，按照吸电子烟和不吸电子烟这两大类别，采用分层抽样的方法抽取8人，从这8个人中任取2人进行血液、痰液等相关医学检查*v*求这两个人来自同一类别的概率．
参考公式及数据：$K^{2}=\frac{n(ad−bc)^{2}}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$．

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$P(K^{2}\geq k\_{0})$$ | $$0.050$$ | $$0.010$$ | $$0.005$$ | $$0.001$$ |
| $$k\_{0}$$ | $$3.841$$ | $$6.635$$ | $$7.879$$ | $$10.828$$ |

1. 如图，$DA⊥$平面*ABC*，$DA=AC=1$，*O*是*AB*的中点，$△ACO$为等边三角形．
$(1)$证明：平面$ACD⊥$平面*BCE*；
$(2)$若$AD//BE$，*P*为*CE*的中点，*Q*为线段*OP*上的动点，判断三棱锥*QACD*的体积是否为定值？若是，求出该定值，若不是，说明理由．

1. 已知椭圆*C*：$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，且点$(\frac{2\sqrt{3}}{3},−\frac{\sqrt{3}}{3})$在*C*上．
$(1)$求椭圆*C*的标准方程；
$(2)$设过$F\_{2}$的直线*l*与*C*交于*A*，*B*两点，若$|AF\_{1}|⋅|BF\_{1}|=\frac{10}{3}$，求$|AB|$．
2. 已知函数$f(x)=ax+lnx+1$．
$(1)a=−1$，求函数$f(x)$的最大值；
$(2)$若$f(x)−f'(x)\leq 0$恒成立，求*a*的取值集合；

**2020—2021学年度高二年级第二学期六月份月考**

**数学试卷**

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分）

1. 已知集合$A=\{x|y=ln(x−1)\}$，集合$B=\{y|y=(\frac{1}{2})^{x},x>−2\}$，则$A∩B=(    )$

A. $⌀$ B. $[1,4)$ C. $(1,4)$ D. $(4,+\infty )$

1. 下面是关于复数$z=\frac{2}{−1+ i}(i$为虚数单位$)$的命题，其中假命题为$(    )$

A. $|z|=\sqrt{2}$ B. $z^{2}=2i$
C. *z*的共轭复数为$1+i$ D. *z*的虚部为$−1$

1. 小明同学从9种有氧运动和3种无氧运动中选4种运动进行体育锻炼，则他至少选中1种无氧运动的选法有$(    )$

A. 261种 B. 360种 C. 369种 D. 372种

1. 已知抛物线*C*：$y^{2}=8x$的焦点为*F*，*P*为*C*在第一象限上一点，若*PF*的中点到*y*轴的距离为3，则直线*PF*的斜率为$(    )$

A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. 4

1. 已知$2sin(π−α)=3sin(\frac{π}{2}+α)$，则$sin^{2}α−\frac{1}{2}sin2α−cos^{2}α=(    )$

A. $\frac{5}{13}$ B. $−\frac{1}{13}$ C. $−\frac{5}{13}$ D. $\frac{1}{13}$

1. 函数$f(x)=\frac{x}{cosx−1}$的部分图象大致是$(    )$

A.  B. 
C.  D. 

1. 某中学为了调查该校学生对于新冠肺炎防控的了解情况，组织了一次新冠肺炎防控知识竞赛，并从该学校1500名参赛学生中随机抽取了100名学生，并统计了这100名学生成绩情况$($满分100分，其中80分及以上为优秀$)$，得到了样本频率分布直方图$($如图$)$，根据频率分布直方图推测，这1500名学生中竞赛成绩为优秀的学生人数大约为$(    )$

A. 360 B. 420 C. 480 D. 540

1. 已知$g(x)$是定义在*R*上的奇函数，$f(x)=g(x)+x^{2}$，若$f(a)=2$，$f(−a)=2a+2$，则$a=(    )$

A. 2 B. $−1$ C. 2或$−1$ D. 2或1

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 如果平面向量$\vec{a}=(2,−4),\vec{b}=(−6,12)$，那么下列结论中正确的是$(    )$

A. $|\vec{b}|=3|\vec{a}|$ B. $\vec{a}//\vec{b}$
C. $\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$30°$ D. $\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为$2\sqrt{5}$

1. 袋子中有2个黑球，1个白球，现从袋子中有放回地随机取球4次，取到白球记0分，黑球记1分，记4次取球的总分数为*X*，则$(    )$

A. $X～B(4,\frac{2}{3})$ B. $P(X=2)=\frac{8}{81}$
C. *X*的期望$E(X)=\frac{8}{3}$ D. *X*的方差$D(X)=\frac{8}{9}$

1. 已知函数$f(x)=x+2tanx$，其导函数为$f'(x)$，设$g(x)=f'(x)cosx$，则$(    )$

A. $f(x)$的图象关于原点对称 B. $f(x)$在*R*上单调递增
C. $2π$是$g(x)$的一个周期 D. $g(x)$在$(0,\frac{π}{2})$上的最小值为$2\sqrt{2}$

1. 设$0<a<b<1$，$0<c<1$，则$(    )$

A. $ln(c^{a}+1)>ln(c^{b}+1)$ B. $(c+1)^{a}<(c+1)^{b}$
C. $a^{b}>a^{a}>b^{a}$ D. $log\_{c}a<log\_{c}b$

三、单空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 已知随机变量*X*服从正态分布$N(10,σ^{2})$，若$P(X<8)=0.23$，则$P(X<12)=$\_\_\_\_\_\_ ．
2. 五位同学站成一排，其中3位女生，2位男生，如果2位男生不能相邻，且女生甲不能排第一个，那么所有的排列总数为\_\_\_\_\_\_ $.($用数字作答$)$
3. 已知$a>0$，$b>0$，$a+4b=4$，则$\frac{4}{a}+\frac{9}{b}$的最小值为\_\_\_\_\_\_ ．
4. 对于双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$来说，我们定义圆$x^{2}+y^{2}=a^{2}$为它的“伴随圆”$.$过双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{4y^{2}}{9}=1(a>0)$的左焦点$F\_{1}$作它的伴随圆的一条切线，设切点为*T*，且这条切线与双曲线的右支相交于点*P*，若*M*为$PF\_{1}$的中点，*M*在*T*右侧，且$|MO|−|MT|$为定值$\frac{1}{2}$，则该双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_ ．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分）

1. 设$△ABC$的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，且满足$acosB−bcosA=\frac{3}{5}c$．
$(1)$求$\frac{tanA}{tanB}$的值；
$(2)$若点*D*为边*AB*的中点，$AB=10$，$CD=5$，求*BC*的值．
2. 已知各项均为正数的等差数列$\{a\_{n}\}$的公差为4，其前*n*项和为$S\_{n}$，且$2a\_{2}$为$S\_{2}$，$S\_{3}$的等比中项．
$(1)$求$\{a\_{n}\}$的通项公式；
$(2)$设$b\_{n}=\frac{4}{a\_{n}a\_{n+1}}$，求数列$\{b\_{n}\}$的前*n*项和$T\_{n}$．
3. 电子烟是一种模仿卷烟的电子产品$.$有害公共健康$.$为研究吸食电子烟是否会引发肺部疾病，某医疗机构随机抽取了100人进行调查，吸电子烟与不吸电子烟的比例为1：3，整理数据得到如表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 感染肺部疾病 | 未感染肺部疾病 | 总计 |
| 吸电子烟 | 15 |  |  |
| 不吸电子烟 |  | 50 |  |
| 总计 |  |  |  |

$(1)$完成$2×2$列联表，在犯错误的概率不超过$5\%$的前提下，能否认为吸食电子烟与感染肺部疾病有关？
$(2)$为进一步调查分析电子烟中诱发肺部疾病的成分因素，在感染肺部疾病的被调查人中，按照吸电子烟和不吸电子烟这两大类别，采用分层抽样的方法抽取8人，从这8个人中任取2人进行血液、痰液等相关医学检查*v*求这两个人来自同一类别的概率．
参考公式及数据：$K^{2}=\frac{n(ad−bc)^{2}}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$．

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$P(K^{2}\geq k\_{0})$$ | $$0.050$$ | $$0.010$$ | $$0.005$$ | $$0.001$$ |
| $$k\_{0}$$ | $$3.841$$ | $$6.635$$ | $$7.879$$ | $$10.828$$ |

1. 如图，$DA⊥$平面*ABC*，$DA=AC=1$，*O*是*AB*的中点，$△ACO$为等边三角形．
$(1)$证明：平面$ACD⊥$平面*BCE*；
$(2)$若$AD//BE$，*P*为*CE*的中点，*Q*为线段*OP*上的动点，判断三棱锥*QACD*的体积是否为定值？若是，求出该定值，若不是，说明理由．
2. 已知椭圆*C*：$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，且点$(\frac{2\sqrt{3}}{3},−\frac{\sqrt{3}}{3})$在*C*上．
$(1)$求椭圆*C*的标准方程；
$(2)$设过$F\_{2}$的直线*l*与*C*交于*A*，*B*两点，若$|AF\_{1}|⋅|BF\_{1}|=\frac{10}{3}$，求$|AB|$．
3. 已知函数$f(x)=ax+lnx+1$．
$(1)a=−1$，求函数$f(x)$的最大值；
$(2)$若$f(x)−f'(x)\leq 0$恒成立，求*a*的取值集合；

**答案和解析**

1.【答案】*C*

【解析】解：$∵A=\{x|x>1\}$，$B=\{y|0<y<4\}$，
$∴A∩B=(1,4)$．
故选：*C*．
可以求出集合*A*，*B*，然后进行交集的运算即可．
本题考查了描述法、区间的定义，对数函数的定义域，指数函数的单调性和值域，交集的运算，考查了计算能力，属于基础题．
2.【答案】*C*

【解析】

【分析】
本题考查命题的真假，复数的基本概念以及基本运算，是基本知识的考查．
利用复数的除法运算法则，求出复数*z*，然后求解复数的模以及复数的基本概念判断选项的正误．
【解答】
解：复数$z=\frac{2}{−1+i}=\frac{2(−1−i)}{(−1+i)(−1−i)}=−1−i$，
所以$|z|=\sqrt{2}$正确；$z^{2}=(−1−i)^{2}=1+2i+i^{2}=2i$正确，*z*的共轭复数为：$−1+i$，所以*C*不正确；*z*的虚部为$−1$，正确；
故选：*C*．
3.【答案】*B*

【解析】解：由抛物线的方程可得焦点$F(2,0)$，设$P(m,n)$，$n>0$，
可得*PF*的中点的横坐标$\frac{m+2}{2}$，由题意可得$\frac{m+2}{2}=3$，所以$m=4$，
将$m=4$代入抛物线的方程可得：$n^{2}=8×4$，可得$n=4\sqrt{2}$，
即$P(4,4\sqrt{2})$，所以$k=\frac{4\sqrt{2}}{4−2}=2\sqrt{2}$，
故选：*B*．
由抛物线的方程可得焦点*F*的坐标，设*P*的坐标，由题意可得中点的横坐标，由题意求出*P*的横坐标，代入抛物线的方程可得*P*的纵坐标，即可求出直线*PF*的斜率．
本题考查抛物线的性质，及直线斜率的求法，属于基础题．
4.【答案】*C*

【解析】解：由题意，分有1种无氧运动，2种无氧运动，3种无氧运动，
则他至少选中1种无氧运动的选法有$C\_{3}^{1}C\_{9}^{3}+C\_{3}^{2}C\_{9}^{2}+C\_{3}^{3}C\_{9}^{1}=369($种$)$．
故选：*C*．
由题意，分有1种无氧运动，2种无氧运动，3种无氧运动，根据分类计数原理可得．
本题考查了分类计数原理，关键是分类，属于基础题．
5.【答案】*B*

【解析】解：已知$2sin(π−α)=3sin(\frac{π}{2}+α)$，
整理得$2sinα=3cosα$，所以$tanα=\frac{3}{2}$，
故$sin^{2}α−\frac{1}{2}sin2α−cos^{2}α=\frac{1}{2}sin2α−cos2α=\frac{1}{2}×\frac{2tanα}{1+tan^{2}α}−\frac{1−tan^{2}α}{1+tan^{2}α}=\frac{1}{13}$；
故选：*b*
直接利用三角函数的关系式的变换和万能公式的应用求出结果．
本题考查的知识要点：三角函数关系式的变换，万能公式，主要考查学生的运算能力和数学思维能力，属于基础题．
6.【答案】*D*

【解析】解：由$cosx\ne 1$得$x\ne 2kπ$，$k\in Z$，则$x\ne 0$排除*C*，
$f(−x)=\frac{−x}{cosx−1}=−f(x)$，则函数$f(x)$是奇函数，图象关于原点对称，排除*B*，
当$0<x<\frac{π}{2}$时，$cosx−1<0$，则$f(x)<0$，排除*A*，
故选：*D*．
求出函数的定义域，判断函数的奇偶性和对称性，利用排除法进行求解即可．
本题主要考查函数图象的识别和判断，利用函数的定义域，对称性，利用排除法是解决本题的关键，是基础题．
7.【答案】*B*

【解析】解：由频率分布直方图得：
样本中优秀的频率为$(0.020+0.008)×10=0.28$，
$∴$根据频率分布直方图推测，这1500名学生中竞赛成绩为优秀的学生人数大约为：
$1500×0.28=420$．
故选：*B*．
由频率分布直方图求出样本中优秀的频率，由此根据频率分布直方图能推测这1500名学生中竞赛成绩为优秀的学生人数．
本题考查优秀学生人数的求法，考查频率分布直方图的性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．
8.【答案】*C*

【解析】解：根据题意，$g(x)$是定义在*R*上的奇函数，$f(x)=g(x)+x^{2}$，
则$f(−x)+f(x)=g(x)+x^{2}+g(−x)+x^{2}=2x^{2}$，
若$f(a)=2$，$f(−a)=2a+2$，则有$f(a)+f(−a)=4+2a=2a^{2}$，
解可得$a=2$或$−1$，
故选：*C*．
根据题意，由函数奇偶性可得$f(−x)+f(x)=g(x)+x^{2}+g(−x)+x^{2}=2x^{2}$，又由$f(a)$与$f(−a)$的值，可得$4+2a=2a^{2}$，解得*a*的值，即可得答案．
本题考查函数奇偶性的性质以及应用，涉及函数值的计算，属于基础题．
9.【答案】*AB*

【解析】解：因为$\vec{a}=(2,−4),\vec{b}=(−6,12)$，所以$\vec{b}=−3\vec{a}$．
对于*A*，因为$\vec{b}=−3\vec{a}$，所以$|\vec{b}|=3|\vec{a}|$，故*A*正确；
对于*B*，因为$\vec{b}=−3\vec{a}$，所以$\vec{a}//\vec{b}$，故*B*正确；
对于*C*，因为$\vec{b}=−3\vec{a}$，所以$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$180°$，故*C*错误；
对于*D*，$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为$\frac{\vec{a}⋅\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{(2,−4)⋅(−6,12)}{\sqrt{(−6)^{2}+12^{2}}}=−2\sqrt{5}$，故*D*错误．
故选：*AB*．
直接利用向量的坐标运算，向量的模，向量的夹角运算，向量在另一个向量上的投影的应用判定*A*、*B*、*C*、*D*的结论．
本题考查的知识要点：向量的坐标运算，向量的模，向量的夹角运算，向量在另一个向量上的投影，主要考查学生的运算能力和数学思维能力，属于基础题．
10.【答案】*ACD*

【解析】解：由于每次取球互不影响，故所有结果有4类：
$①4$次全是白球，$X=0$，记其概率为$P(X=0)=(\frac{1}{3})^{4}=\frac{1}{81}$；
$②4$次只有1次是黑球，$X=1$，记其概率为$P(X=1)=C\_{4}^{1}\frac{2}{3}(\frac{1}{3})^{3}=\frac{8}{81}$；
$③4$次只有2次是黑球，$X=2$，记其概率为$P(X=2)=C\_{4}^{2}(\frac{2}{3})^{2}(\frac{1}{3})^{2}=\frac{24}{81}$；
$④4$次只有3次是黑球，$X=3$，记其概率为$P(X=3)=C\_{4}^{3}(\frac{2}{3})^{3}\frac{1}{3}=\frac{32}{81}$；
$⑤4$次全是黑球，$X=4$，记其概率为$P(X=4)=(\frac{2}{3})^{4}=\frac{16}{81}$．
故$X～B(4,\frac{2}{3})$，故*A*正确，*B*错误；
因为$X～B(4,\frac{2}{3})$，所以*X*的期望$E(X)=4×\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$，故*C*正确；
因为$X～B(4,\frac{2}{3})$，所以*X*的方差$D(X)=4×\frac{2}{3}×\frac{1}{3}=\frac{8}{9}$，故*D*正确．
故选：*ACD*．
利用二项分布列的概率计算公式、数学期望及其方差即可得出．
本题考查了二项分布列的概率计算公式、数学期望及其方差，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．
11.【答案】*AC*

【解析】解：$f(x)=x+2tanx$的定义域是$\{x|x\ne \frac{π}{2}+kπ,k\in Z\}$，
其关于坐标原点对称，且$f(−x)=−x+2tan(−x)=−x−2tanx=−(x+2tanx)=−f(x)$，
所以$f(x)$是奇函数，所以$f(x)$的图象关于原点对称，故*A*项正确；
由$f(x)=x+2tanx$，得$f'(x)=1+\frac{2}{cos^{2}x}$，则$g(x)=f'(x)cosx=cosx+\frac{2}{cosx}$，
$f'(x)=1+\frac{2}{cos^{2}x}>0$恒成立，所以$f(x)$在$(−\frac{π}{2}+kπ,\frac{π}{2}+kπ)(k\in Z)$上单调递增，
并不是在*R*上单调递增，故*B*项错误；
由$g(x)=cosx+\frac{2}{cosx}$，得函数$g(x)$的定义域是$\{x|x\ne \frac{π}{2}+kπ,k\in Z\}$，
$g(x+2π)=cos(x+2π)=cos(x+2π)+\frac{2}{cos(x+2π)}=cosx+\frac{2}{cosx}=g(x)$，故*C*项正确；
设$t=cosx$，当$x\in (0,\frac{π}{2})$时，$t\in (0,1)$，此时$g(x)>3$，故*D*项错误，
故选：*AC*．
根据函数的奇偶性判断*A*，求出函数的导数，根据函数的单调性判断*B*，结合三角函数的性质判断*C*，通过换元思想以及三角函数的性质判断*D*．
本题考查了函数的单调性，最值问题，考查导数的应用以及转化思想，换元思想，是中档题．
12.【答案】*AB*

【解析】解：$∵0<a<b<1$，$0<c<1$，
$∴$函数$y=a^{x}$，$y=log\_{c}x$均是减函数，
$∴a^{b}<a^{a}$，$log\_{c}a>log\_{c}b$，故选项*CD*错误，
$∵$函数$y=lnx$是增函数，$y=c^{x}$是减函数，
$∴c^{a}>c^{b}$，$c^{a}+1>c^{b}+1$，
$∴ln(c^{a}+1)>ln(c^{b}+1)$，故选项*A*正确，
$∵$函数$y=(c+1)^{x}$是增函数，故选项*B*正确．
故选：*AB*．
利用函数$y=a^{x}$，$y=log\_{c}x$，$y=lnx$，$y=c^{x}$，$y=(c+1)^{x}$的单调性求解．
本题主要考查了对数函数和指数函数的性质，是基础题．
13. 【答案】$0.77$

【解析】解：$∵$随机变量*X*服从正态分布$N(10,σ^{2})$，$P(X<8)=0.23$，
$∴P(X>12)=0.23$，
$∴P(X<12)=1−0.23=0.77$．
故答案为：$0.77$．
随机变量*X*服从正态分布$N(10,σ^{2})$，$P(X<8)=0.23$，可得$P(X>12)=0.23$，进而得出$P(X<12)$．
本题考查了正态分布的性质及其应用，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

把$a+4b=4$，化为$(a+4b)×\frac{1}{4}=1$，利用“乘1法”与基本不等式的性质即可得出．
本题考查了“乘1法”与基本不等式的性质，注意一正，二定，三等的应用，属于基础题．
14. 【答案】60

【解析】解：$①$若第一个是男生，则第二个是女生，以后的顺序任意排，方法有$C\_{2}^{1}⋅C\_{3}^{1}⋅A\_{3}^{3}=36$种．
$②$若第一个是女生$($不是女生甲$)$，则将剩余的2个女生排列好，2个男生插空，方法有$C\_{2}^{1}⋅A\_{2}^{2}⋅A\_{3}^{2}=24$种．
故所有的排法种数为$36+24=60$种，
故答案为：60．
若第一个出场的是男生，若第一个出场的是女生$($不是女生甲$)$，把这两种情况的方法数相加，即得所求．
本题主要考查排列组合、两个基本原理的应用，注意特殊位置优先排，不相邻问题用插空法，体现了分类讨论的数学思想，属于中档题．

15.【答案】16

【解析】解：$∵a>0$，$b>0$，$a+4b=4$，
$$∴\frac{4}{a}+\frac{9}{b}=(\frac{4}{a}+\frac{9}{b})(a+4b)×\frac{1}{4}$$

$=(\frac{16b}{a}+\frac{9a}{b}+40)×\frac{1}{4}\geq (2\sqrt{144}+40)×\frac{1}{4}=16$，
当且仅当$\frac{16b}{a}=\frac{9a}{b}$，又$∵a+4b=4$，即$a=1$，$b=\frac{3}{4}$ 时取等号，
$∴\frac{4}{a}+\frac{9}{b}$的最小值为16．
故答案为：16．

16.【答案】$\frac{\sqrt{13}}{2}$

【解析】解：设双曲线的右焦点为$F\_{2}$，如图，

则$|MO|=\frac{1}{2}|PF\_{2}|$，
在$Rt△OF\_{1}T$中，$|OF\_{1}|=c$，$|OT|=a$，
$∴|TF\_{1}|=b$，
$|OM|−|MT|=\frac{1}{2}|PF\_{2}|−(\frac{1}{2}|PF\_{1}|−b)=b−a=\frac{3}{2}−a=\frac{1}{2}$，
$∴a=1$，
$∴c=\sqrt{a^{2}+b^{2}}=\sqrt{1+\frac{9}{4}}=\frac{\sqrt{13}}{2}$，
故答案为：$\frac{\sqrt{13}}{2}$．
根据双曲线的性质，定义，设出双曲线右焦点为$F\_{2}$，即可解出*a*的值，可以直接求出离心率．
本题考查了双曲线的定义，性质，学生的运算能力，属于中档题．

17.【答案】解：$(1)$由正弦定理知，$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}$，
$∵acosB−bcosA=\frac{3}{5}c$，
$∴sinAcosB−sinBcosA=\frac{3}{5}sinC=\frac{3}{5}sin(A+B)=\frac{3}{5}(sinAcosB+cosAsinB)$，
化简得，$\frac{2}{5}sinAcosB=\frac{8}{5}cosAsinB$，
$∴tanA=4tanB$，即$\frac{tanA}{tanB}=4$．

$(2)$作$CE⊥AB$于*E*，
$∵tanA=\frac{CE}{AE},tanB=\frac{CE}{BE}$，$∴\frac{tanA}{tanB}=\frac{BE}{AE}=4$，即$BE=4AE$，
$∵$点*D*为边*AB*的中点，且$AB=10$，
$∴BD=AD=5$，$AE=2$，$DE=3$，
在$Rt△CDE$中，$CE=\sqrt{CD^{2}−DE^{2}}=\sqrt{5^{2}−3^{2}}=4$，
在$Rt△BCE$中，$BE=BD+DE=8$，$∴BC=\sqrt{BE^{2}+CE^{2}}=\sqrt{8^{2}+4^{2}}=4\sqrt{5}$．

【解析】$(1)$利用正弦定理将已知等式中的边化角，再结合三角形的内角和定理、正弦的两角和公式可得$\frac{2}{5}sinAcosB=\frac{8}{5}cosAsinB$，最后由同角三角函数的商数关系，得解；
$(2)$作$CE⊥AB$于*E*，结合$(1)$中结论可推出$BE=4AE$，再在$Rt△CDE$和$Rt△BCE$中，均利用勾股定理，即可得解．
本题考查解三角形在平面几何中的应用，熟练掌握正弦定理、正弦的两角和公式是解题的关键，考查学生的逻辑推理能力和运算能力，属于中档题．
18.【答案】解：$(1)$因为数列$\{a\_{n}\}$是公差为4的等差数列，
所以$a\_{2}=a\_{1}+4,S\_{2}=2(a\_{1}+2),S\_{3}=3a\_{1}+\frac{3×2}{2}×4=3(a\_{1}+4).(2$分$)$
又$4a\_{2}^{2}=S\_{2}S\_{3}$，所以$4(a\_{1}+4)^{2}=6(a\_{1}+2)(a\_{1}+4)$，即$(a\_{1}+4)(a\_{1}−2)=0$，
解得$a\_{1}=2$或$a\_{1}=−4($舍去$)$，$(4$分$)$
所以$a\_{n}=2+4(n−1)=4n−2.(5$分$)$
$(2)$因为$b\_{n}=\frac{4}{a\_{n}a\_{n+1}}=\frac{4}{(4n−2)(4n+2)}=\frac{1}{4n−2}−\frac{1}{4n+2}$，$(7$分$)$
所以$T\_{n}=b\_{1}+b\_{2}+…+b\_{n−1}+b\_{n}$
$=\frac{1}{2}−\frac{1}{6}+\frac{1}{6}−\frac{1}{10}+…+\frac{1}{4n−6}−\frac{1}{4n−2}+\frac{1}{4n−2}−\frac{1}{4n+2}(8$分$)$
$=\frac{1}{2}−\frac{1}{4n+2}(9$分$)$
$=\frac{n}{2n+1}.(10$分$)$

【解析】$(1)$利用已知条件求出首项，然后求解通项公式即可．
$(2)$利用裂项消项法，求解数列的和即可．
本题考查数列的递推关系式的应用，数列求和，考查转化思想以及计算能力，是中档题．
19.【答案】解：$(1)$由题意知，吸电子烟的有$100×\frac{1}{1+3}=25($人$)$，不吸电子烟的有$100−25=75($人$)$，由此填表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 感染肺部疾病 | 未感染肺部疾病 | 总计 |
| 吸电子烟 | 15 | 10 | 25 |
| 不吸电子烟 | 25 | 50 | 75 |
| 总计 | 40 | 60 | 100 |

由表中数据，计算$K^{2}=\frac{100×(15×50−25×10)^{2}}{25×75×40×60}=\frac{50}{9}≈5.556>3.841$，
所以在犯错误的概率不超过$5\%$的前提下，认为吸食电子烟与感染肺部疾病有关；
$(2)$用分层抽样方法抽取8人，吸电子烟的有$8×\frac{1}{4}=2($人$)$，不吸电子烟的有6人，
从这8个人中任取2人，则这两个人来自同一类别的概率为$P=\frac{C\_{2}^{2}+C\_{6}^{2}}{C\_{8}^{2}}=\frac{4}{7}$．

【解析】本题考查了独立性检验应用问题，也考查了分层抽样方法与古典概型的概率计算问题，是基础题．
$(1)$分别求出吸电子烟和不吸电子烟的人数，填写列联表，计算$K^{2}$，对照附表得出结论；
$(2)$求出用分层抽样法抽取的8人中吸电子烟和不吸电子烟的人数，计算所求的概率值．
20.【答案】证明：$(1)∵DA⊥$平面*ABC*，$BC⊂$平面*ABC*，
$∴DA⊥BC$，
$∵DA=AC=1$，*O*是*AB*的中点，$△ACO$为等边三角形，
$∴OC=\frac{1}{2}AB$，
$∴BC⊥AC$，
$∵DA∩AC=A$，
$∴BC⊥$平面*ACD*，
$∵BC⊂$平面*BCE*，
$∴$平面$ACD⊥$平面*BCE*．
解：$(2)$取*BC*的中点*R*，连接*OR*，*PR*，
在$△ACB$，$△BCE$中，*OR*，*PR*分别为中位线，
$∴OR//AC$，$PR//BE$，
$∵AD//BE$，
$∴PQ//AD$，
$∵AC⊂$平面*ACD*，$PR⊄$平面*ACD*，
$∴PR//$平面*ACD*，
同理$OR//$平面*ACD*，
$∵PR∩OR=R$，$PR⊂$平面*OPR*，$OR⊂$平面*OPR*，
$∴$平面$ACD//$平面*OPR*，
$∵BC⊥AC$，
$∴$平面*ACD*与平面*OPR*的距离$CR=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，
$∵S\_{△ACD}=\frac{1}{2}×1×1=\frac{1}{2}$，
$∴V\_{Q−ACD}=\frac{1}{3}×\frac{1}{2}×\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{12}$．
故三棱锥*QACD*的体积是定值，值为$\frac{\sqrt{3}}{12}$．

【解析】$(1)$根据直角三角形的性质可得$BC⊥AC$，再根据线面垂直的性质可得$DA⊥BC$，根据线面垂直和面面垂直的判断定理即可证明．
$(2)$取*BC*的中点*R*，连接*OR*，*PR*，根据中位线定理，以及面面平行的判定定理可得平面$ACD//$平面*OPR*，即可求出三棱锥*QACD*的体积是为定值，根据三棱锥的体积公式即可求出．
本题考查了线线垂直，线面垂直，面面垂直，线线平行，线面平行，面面平行的判定和性质，以及三棱锥的体积公式，属于中档题．
21.【答案】解：$(1)$由题意可知：$\left\{\begin{matrix}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}\\\frac{\frac{4}{3}}{a^{2}}+\frac{\frac{1}{3}}{b^{2}}=1\\a^{2}=b^{2}+c^{2}\end{matrix}\right.$，
解得：$\left\{\begin{matrix}a=\sqrt{2}\\b=1\\c=1\end{matrix}\right.$，
$∴$椭圆*C*的标准方程为：$\frac{x^{2}}{2}+y^{2}=1$．
$(2)$易知$F\_{2}(1,0)$，
$①$当直线*l*的斜率存在时，设直线*l*的方程为$y=k(x−1)$，
设$A(x\_{1},y\_{1})$，$B(x\_{2},y\_{2})$，
联立方程$\left\{\begin{matrix}y=k(x−1)\\\frac{x^{2}}{2}+y^{2}=1\end{matrix}\right.$，消去*y*得：$(1+2k^{2})x^{2}−4k^{2}x+2k^{2}−2=0$，
$∴x\_{1}+x\_{2}=\frac{4k^{2}}{1+2k^{2}}$，$x\_{1}⋅x\_{2}=\frac{2k^{2}−2}{1+2k^{2}}$，
$∵A(x\_{1},y\_{1})$，$B(x\_{2},y\_{2})$在椭圆*C*上，
$∴y\_{1}^{2}=1−\frac{x\_{1}^{2}}{2}$，$y\_{2}^{2}=1−\frac{x\_{2}^{2}}{2}$，
$∴|AF\_{1}|=\sqrt{(x\_{1}+1)^{2}+y\_{1}^{2}}=\sqrt{x\_{1}^{2}+2x\_{1}+1+1−\frac{x\_{1}^{2}}{2}}=\sqrt{\frac{1}{2}(x\_{1}+2)^{2}}$，
$∴|BF\_{1}|=\sqrt{(x\_{2}+1)^{2}+y\_{2}^{2}}=\sqrt{x\_{2}^{2}+2x\_{2}+1+1−\frac{x\_{2}^{2}}{2}}=\sqrt{\frac{1}{2}(x\_{2}+2)^{2}}$，
$∵|AF\_{1}|⋅|BF\_{1}|=\frac{10}{3}$，
$∴\sqrt{\frac{1}{2}(x\_{1}+2)^{2}}⋅\sqrt{\frac{1}{2}(x\_{2}+2)^{2}}=\frac{10}{3}$，
$∴\frac{1}{2}(x\_{1}+2)(x\_{2}+2)=\frac{10}{3}$，
整理得：$\frac{1}{2}x\_{1}x\_{2}+(x\_{1}+x\_{2})+2=\frac{10}{3}$，
把$x\_{1}+x\_{2}=\frac{4k^{2}}{1+2k^{2}}$，$x\_{1}⋅x\_{2}=\frac{2k^{2}−2}{1+2k^{2}}$代入上式得：$\frac{1}{2}×\frac{2k^{2}−2}{1+2k^{2}}+\frac{4k^{2}}{1+2k^{2}}+2=\frac{10}{3}$，
整理得：$k^{2}=1$，
$∴x\_{1}+x\_{2}=\frac{4}{3}$，$x\_{1}⋅x\_{2}=0$，
$∴|AB|=\sqrt{1+k^{2}}⋅\sqrt{(x\_{1}+x\_{2})^{2}−4x\_{1}x\_{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$，
$②$当直线*l*的斜率不存在时，点$A(1,\frac{\sqrt{2}}{2})$，$B(1,−\frac{\sqrt{2}}{2})$，
$∴|AF\_{1}|=|BF\_{1}|=\sqrt{|F\_{1}F\_{2}|^{2}+|AF\_{2}|^{2}}=\sqrt{4+\frac{1}{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，
$∴|AF\_{1}|⋅|BF\_{1}|\ne \frac{10}{3}$，不符合题意，舍去，
综上所述，$|AB|=\frac{4\sqrt{2}}{3}$．

【解析】$(1)$根据题意列出关于*a*，*b*，*c*的方程组，解出*a*，*b*，*c*的值，即可得到椭圆*C*的标准方程．
$(2)$对直线*l*的斜率分情况讨论，当直线*l*的斜率存在时，设直线*l*的方程为$y=k(x−1)$，与椭圆*C*的方程联立，利用韦达定理得到$x\_{1}+x\_{2}=\frac{4k^{2}}{1+2k^{2}}$，$x\_{1}⋅x\_{2}=\frac{2k^{2}−2}{1+2k^{2}}$，代入$|AF\_{1}|⋅|BF\_{1}|=\frac{10}{3}$中，求出*k*的值，再利用弦长公式求出$|AB|$，当直线*l*的斜率不存在时，显然不符合题意．
本题主要考查了椭圆的标准方程，考查了直线与椭圆的位置关系，同时考查了学生的计算能力，是中档题．
22.【答案】解：$(1)$当$a=−1$时，$f(x)=−x+lnx+1$的定义域为$(0,+\infty )$，$f'(x)=−1+\frac{1}{x}=\frac{1−x}{x}$
令$f'(x)>0$，得$0<x<1$，令$f'(x)<0$，得$x>1$．
因此，函数$y=f(x)$的单调递增区间为$(0,1)$，单调递减区间为$(1,+\infty )$，$…$
所以$f\_{max}(x)=f(1)=0…3$
$(2)$令$g(x)=f(x)−f'(x)=ax+lnx+1−a−\frac{1}{x}(x>0)$，$g'(x)=a+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^{2}}=\frac{ax^{2}+x+1}{x^{2}}…$
若$a\geq 0$，存在$g(e)=a(e−1)+(2−\frac{1}{e})>0$，与$g(x)=f(x)−f'(x)\leq 0$恒成立矛盾，所以必有$a<0$，$…$
$ax^{2}+x+1=0(∗)$，$△>0$，$x\_{1}⋅x\_{2}=\frac{1}{a}<0$，所以方程必有一正根，记作$x\_{2}$，
所以函数$g(x)$在$(0,x\_{2})$单调递增，在$(x\_{2},+\infty )$单调递减，若满足条件，必有$g(x)\_{max}=g(x\_{2})\leq 0$，注意$g(1)=0…$
则有$x\_{2}=1$，代入$∗$式，解得$a=−2$，所以*a*的取值集合为$\{−2\}…$