数学试卷

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1、复数的模等于 （ ）

 A、 B、 C、 D、

2、如图，若向量$\overset{\to }{OZ}$对应的复数为，且＝$\sqrt{5}$，则=（　　）

A、$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$ B、$-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$

C、$\frac{1}{5}-\frac{2}{5}$ *i* D、$-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$

3、2021年4月至10月在扬州市举行扬州世界园艺博览会，会场位于扬州市仪征枣林湾。某天三对夫妇来到枣林湾参观，在扬州园博园（主题园，又名中国园）前拍照留念，6人排成一排，每对夫妇必须相邻，则不同的排列方法种数为（ ）

A、24 B、 36 C、48 D、72

4、函数的图像大致为 （ ）

 B

 A

*y*

*x*

*y*

*x*

e

*O*

*－*e

e

*－*e

*O*

 D

 C

*y*

*x*

*y*

*x*

e

*O*

*－*e

e

*－*e

*O*

5、若，的展幵式中存在3个有理项，则n的最小值是（ ）

A、3 B、6 C、9 D、12

6、以罗尔中值定理、拉格朗日中值定理、柯西中值定理为主体的“中值定理”反映了函数与导数之间的重要联系，是微积分学重要的理论基础，其中拉格朗日中值定理是“中值定理”的核心内容.其定理陈述如下：如果函数在闭区间上连续，在开区间内可导，则至少存在一个点，使得，称为函数在闭区间上的中值点，根据上述结论，函数在区间上的“中值点”的个数为（ ）

A、1 B、2 C、3 D、4

7、如图，二面角的大小是60°，线段，，与所成的角为30°.则与平面所成的角的正弦值是（ ）

A、 B、 C、  D、

 8、定义在上的函数的导函数为，且，若对任意，恒成立，则关于*x*的不等式的解集为（ ）

A、 B、 C、 D、

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错得得0分.

9. 在的展开式中，下列说法正确的是 （ ）

 A、常数项为240 B、第4项的二项式系数最大

 C、第4项的系数最大 D、所有项的系数和为64

10. 关于函数的图象特征，下列说法正确的有 （ ）

 A、单调减区间为 B、单调减区间为

 C、极大值为 D、关于点中心对称

11. 任何一个复数（其中、，为虚数单位）都可以表示成：的形式，通常称之为复数的三角形式，法国数学家棣莫弗发现：，我们称这个结论为棣莫弗定理.根据以上信息，下列说法正确的是 （ ）

A、

B、当，时，

C、当，时，

D、当，时，若为偶数，则复数为纯虚数

12. 众所周知，组合数，这里，并且. 牛顿在研究广义二项式定理过程中把二项式系数中的下标推广到任意实数，规定 广义组合数是组合数的一种推广，其中（），且定 义，比如.下列关于广义组合数的性质说法正 确的有 （ ）

A、 B、当为正整数且时，

C、当为正奇数时， D、当为正整数时，

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13、复数满足，则的最小值为 .

14、基础学科招生改革试点，也称强基计划，是教育部开展的招生改革工作，主要是为了选

拔培养有志于服务国家重大战略需求且综合素质优秀或基础学科拔尖的学生**.**2021年的强基计划报名时间集中在4月8日-4月30日，某校甲、乙、丙、丁、戊五名学生准备报名清华、北大和南大的强基计划，若每所学校至少有一名学生报名，每名学生只报名一所学校，且甲和乙商量好报名同一所学校，则共有 种不同的报名方式.（用数字作答）.

15、设函数，则\_\_\_\_\_\_．（用数字作答）

16、已知函数，，若，，则的最小值为 ．

四、解答题：本题共6小题，共70分.解答题应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17、（本小题共10分）

已知函数

（1）求函数在处的切线方程；

（2）求函数在[－2,1]上的最大值和最小值**．**

18.（本小题共12分）

已知.

（1）当时，求及的值；

（2）当时，求的值.

19.（本小题共12分）

如图，在三棱锥中，，，分别为棱，，的中点．已知，

**，，．

（1）求证：；

*P*

*A*

*D*

*C*

*E*

*F*

*B*

（第19题）

（2）求二面角平面角的余弦值；

20、（本小题共12分）

由1,2,3,4,5组成的五位数中，分别求解下列问题。（应写出必要的排列数或组合数，结果用数字表示）

（1）没有重复数字且为奇数的五位数的个数；

（2）没有重复数字且2和4不相邻的五位数的个数；

（3）恰有两个数字重复的五位数的个数；

21.（本小题共12分）

如图所示，*AB*是半径长为1的半圆的一条直径，现要从中截取一个内接等腰梯形*ABCD*，设梯形*ABCD*的面积为.

⑴ 设，将表示成的函数关系式并写出其定义域；

⑵ 求梯形*ABCD*面积的最大值.

22.（本小题共12分）

已知函数.

（1）求函数的单调区间；

（2）当时，如果方程有两个不等实根，求实数*t*的取值范围，并证明.

答案

1. 选择题：

 1.A 2.B 3.C 4.C 5.B 6.B 7.A 8.C

1. 选择题

9.AB 10.ACD 11.AC 12.BCD

三、填空题

13. 4 14.36 15.512 16.

四、解答题

17、（1），则，又，

则切线方程为……………4分

（2），令 得

列表如下：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -2 |  | -1 |  |  |
|  |  | － | 0 | ＋ |  |
|  |  | 减 |  | 增 | *e* |

………………………………8分

由上表可知 函数在上的最大值为，

最小值为．……………………10分（若没有列表，单调性3分，最值3分）

18.（1）展开式中令得 . ............................2分

 令，得 ...............................4分

 所以 .............................6分

（2）展开式中两侧同时乘以得

 ...........................8分

两边同时求导数得：

 ..........................10分

再令得:  .................. 12分

19.（1）∵*D*，*E*为*PC*，*AC*中点 ∴*DE*＝*PA*＝3．

∵*E*，*F*为*AC*，*AB*中点 ∴*EF*＝*BC*＝4．

∴*DE*2＋*EF*2＝*DF*2． ∴∠*DEF*＝90°， ∴*DE*⊥*EF*．

∵*DE*∥*PA*，*PA*⊥*AC*，∴*DE*⊥*AC*．

∵*AC*∩*EF*＝*E*， ∴*DE*⊥平面*ABC*．

∵*DE*⊂平面*BDE*， ∴平面*BDE*⊥平面*ABC*． ...............6分

（2） 过点作,垂足为,连接

由（1）知,又，

 所以,所以

 所以为二面角的平面角 ......................9分

因为直角三角形相似与直角三角形,解得

在中，,,所以

所以 ......................12分

20、解：（1）个...............3分

1. 个...............4分

（3）=1200个..............5分

21、解：⑴解：如图所示，以直径所在的直线为轴，线段中垂线为轴，建立平面直角坐标系，过点*C*作于*E*，

∵，∴， …………2分

∴

 ………6分

(说明：若函数的定义域漏写或错误，则扣2分)

⑵(方法1)∴，

令，

则，…………………8分

∴当时，，∴函数在(0，)上单调递增，

当时，，∴函数在(，1)上单调递减， ………10分

所以当时，有最大值，

答：梯形面积的最大值为平方米． ………12分

(方法2)，………8分

∴当时，，∴函数在(0，)上单调递增，

当时，，∴函数在(，1)上单调递减，………………10分

所以当时， ，

答：梯形*ABCD*面积的最大值为平方米．…………………………12分

22、（1）的定义域为*R*，且.

由，得；由，得.

故当时，函数的单调递增区间是，单调递减区间是；

当时，函数的单调递增区间是，单调递减区间是.········4分

（2）由（1）知当时，，且.

当时，；当时，.

当时，直线与的图像有两个交点，

实数*t*的取值范围是.··············7分

方程有两个不等实根，，，，，

，即.

要证，只需证，即证，

不妨设.令，则，

则要证，即证.

令，则.

令，则，

在上单调递增，.

，在上单调递增，

，即成立，

即成立..···········12分