厦门市湖滨中学2020---2021学年第二学期期中考

高二数学试卷

**一、单选题**

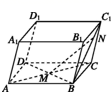
**1．已知为虚数单位，复数满足，则的共轭复数( 　　)**

**A． B． C． D．**

**2．已知向量， ， ，若，则实数的值为( 　　)**

**A． B． C． D．**

**3．如图所示，已知是平行六面体*.*设，是上靠近点的四等分点，若，则的值为（ ）**

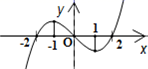
**A． B．**

**C． D．**

**4．函数*y*＝*x*ln*x*在(0，5)上是(　　)**

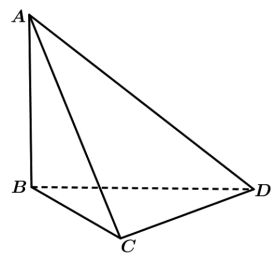
**A．单调增函数 B．在上单调递增，在上单调递减**

**C．单调减函数 D．在上单调递减，在上单调递增**

**5．已知上可导函数的图象如图，则不等式的解集是（  ）**

**A． B．**

**C． D．**

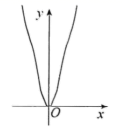
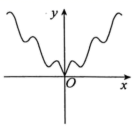
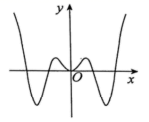
**6．在我国古代数学名著《九章算术》中，将四个面都为直角三角形的四面体称为鳖臑，如图，在鳖臑*ABCD*中，*AB*⊥平面*BCD*，且*AB*=*BC*=*CD*，则异面直线*AC*与*BD*所成角的余弦值为（ ）**

**A． B．- C．2 D．**

**7．若在x=1处取得极大值10，则的值为（　　）**

**A．或 B．或 C． D．**

**8．我国著名数学家华罗庚先生曾说：数缺形时少直观，形缺数时难人微，数形结合百般好，隔裂分家万事休.在数学的学习和研究中，常用函数的图像研究函数的性质，也常用函数的解析式来琢磨函数的图象特征.如函数的图象大致为（ ）**

**A．B．C． D．**

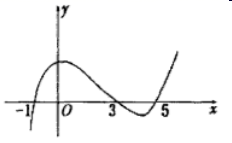
**二、多选题**

**9．下列导数运算正确的有（ ）**

**A． B．**

**C． D．**

**10．函数的导函数的图象如图所示，则下列说法错误的是**

**A．为函数的单调递增区间**

**B．为函数的单调递减区间**

**C．函数在处取得极小值**

**D．函数在处取得极大值**

**11．已知*i*为虚数单位，以下四个说法中正确的是（ ）**

**A． B．复数的虚部为**

**C．若，则复平面内对应的点位于第二象限**

**D．已知复数*z*满足，则*z*在复平面内对应的点的轨迹为直线**

**12．已知空间四点，则下列说法正确的是（ ）**

**A． B．**

**C．点*O*到直线的距离为 D．*O*，*A*，*B*，*C*四点共面**

**三、填空题**

**13．若，，，为的中点，\_\_\_\_\_\_\_\_.**

**14．函数的图象在处的切线方程为，则\_\_\_\_\_\_.**

**15．定义在上的连续函数满足，且在上的导函数，则不等式的解集为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．**

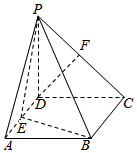
**16．已知在区间上为单调递增函数，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**四、解答题**

**17．已知向量与的夹角，且，．**

**（1）求，；**

**（2）求与的夹角的余弦值．**

**18．如图，四边形为正方形，平面，点分别为的中点，且，.**

**（1）证明：平面；**

**（2）求二面角的大小.**

**19．已知函数在处取得极值为.**

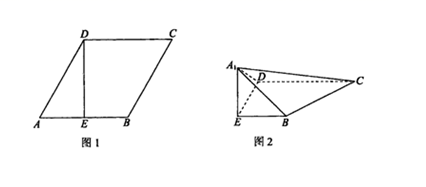
**（1）求、的值；**

**（2）若有极大值，求在上的最大值.**

**20．某偏远贫困村积极响应国家“扶贫攻坚”政策，在对口帮扶单位的支持下建了一个工厂，已知每件产品的成本为元，预计当每件产品的售价为元时，年销量为万件.若每件产品的售价定为元时，预计年利润为万元**

**（1）试求每件产品的成本的值；**

**（2）当每件产品的售价定为多少元时？年利润（万元）最大，并求最大值．**

**21．如图1，在边长为2的菱形中，，于点，将沿折起到的位置，使，如图2.**

**（1）求证：平面；**

**（2）在线段上是否存在点，使平面平面？若存在，求的值；若不存在，说明理由．**

**22．设函数．**

**（1）当时，求证：；**

**（2）若，使得不等式成立，求实数*a*的取值范围．**

高二数学试卷答案

**一、单选题**

**1．已知为虚数单位，复数满足，则的共轭复数**

**A． B． C． D．**

**【答案】**A

【详解】

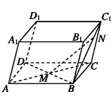
由，得，故选A.

**2．已知向量， ， ，若，则实数的值为( 　　)**

**A． B． C． D．**

**【答案】**A

**3．如图所示，已知是平行六面体*.*设，是上靠近点的四等分点，若，则的值为（ ）**

****

**A． B．**

**C． D．**

**【答案】**A

【分析】

用空间向量运算法则，用基表示出即可获解.

【详解】

由题知是的中点,所以  又是 上靠近点 的四等分点, 所以 

所以 







又

所以 

故选：A

**4．函数*y*＝*x*ln*x*在(0，5)上是(　　)**

**A．单调增函数 B．在上单调递增，在上单调递减**

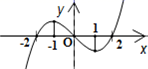
**C．单调减函数 D．在上单调递减，在上单调递增**

**【答案】**D

【详解】

，由，得极值点当时，，函数是单调递减函数；当时，，函数是单调递增函数，即函数 在上单调递减，在上单调递增，故选D.

**5．已知上可导函数的图象如图，则不等式的解集是（  ）**

****

**A． B．**

**C． D．**

**【答案】**D

【分析】

则函数单调递增，所以从图中确定单调递增区间即可得解.

【详解】

由图可知在上单调递增，所以的解集为.

故选：D

【点睛】

本题考查导数的符号与函数单调性的关系，属于基础题.

**6．在我国古代数学名著《九章算术》中，将四个面都为直角三角形的四面体称为鳖臑，如图，在鳖臑*ABCD*中，*AB*⊥平面*BCD*，且*AB*=*BC*=*CD*，则异面直线*AC*与*BD*所成角的余弦值为（ ）**

****

**A． B．- C．2 D．**

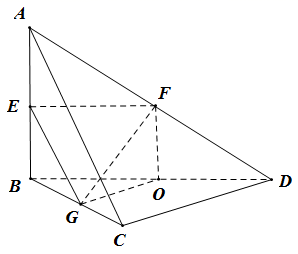
**【答案】**A

【分析】

如图所示，分别取，，，的中点，，，，则，，，或其补角 为异面直线与所成角．

【详解】

解：如图所示，



分别取，，，的中点，，，，则，，，

或其补角为异面直线与所成角．

设，则，，

，

异面直线与所成角的余弦值为，

故选：A．

【点睛】

平移线段法是求异面直线所成角的常用方法，其基本思路是通过平移直线，把异面直线的问题化归为共面直线问题来解决，具体步骤如下：

①平移：平移异面直线中的一条或两条，作出异面直线所成的角；

②认定：证明作出的角就是所求异面直线所成的角；

③计算：求该角的值，常利用解三角形；

④取舍：由异面直线所成的角的取值范围是，当所作的角为钝角时，应取它的补角作为两条异面直线所成的角．

**7．若在x=1处取得极大值10，则的值为（　　）**

**A．或 B．或 C． D．**

**【答案】**C

**【解析】**

【分析】

由于，依题意知，，，于是有，代入f（1）=10即可求得，从而可得答案．

【详解】

∵，∴，

又在x=1处取得极大值10，

∴，，

∴，

∴或．

当时，，

当＜x＜1时，，当x＞1时，，

∴f（x）在x=1处取得极小值，与题意不符；

当时，，

当x＜1时，，当＜x＜3时，，

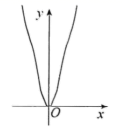
∴f（x）在x=1处取得极大值，符合题意；则，

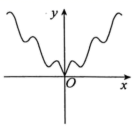
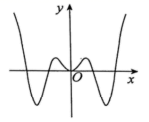
故选C．

【点睛】

本题考查函数在某点取得极值的条件，求得，利用，f（1）=10求得是关键，考查分析、推理与运算能力，属于中档题．

**8．我国著名数学家华罗庚先生曾说：数缺形时少直观，形缺数时难人微，数形结合百般好，隔裂分家万事休.在数学的学习和研究中，常用函数的图像研究函数的性质，也常用函数的解析式来琢磨函数的图象特征.如函数的图象大致为（ ）**

**A． B．**

**C． D．**

**【答案】**A

【分析】

利用排除法，先判断函数的奇偶性，再判断函数的单调性即可

【详解】

由可知，该函数为偶函数，不对；可考虑的情况，

，因为，又

.函数在上为增函数，

故选：A.

**二、多选题**

**9．下列导数运算正确的有（ ）**

**A． B．**

**C． D．**

**【答案】**BC

【分析】

根据导数的运算法则逐项运算排除可得答案.

【详解】

对于A，，故错误；

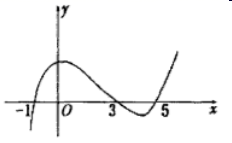
对于B， ，故正确；

对于C， ，故正确；

对于D， ，故错误.

故选：BC.

**10．函数的导函数的图象如图所示，则下列说法错误的是**

****

**A．为函数的单调递增区间**

**B．为函数的单调递减区间**

**C．函数在处取得极小值**

**D．函数在处取得极大值**

**【答案】**D

【分析】

利用导数和函数的单调性之间的关系，以及函数在某点取得极值的条件，即可求解，得到答案．

【详解】

由题意，函数的导函数的图象可知：

当时，，函数单调递减；

当时，，函数单调递增；

当时，，函数单调递减；

当时，，函数单调递增；

所以函数单调递减区间为，递增区间为，

且函数在和取得极小值，在取得极大值，

故选D．

【点睛】

本题主要考查了导函数与原函数的关系，以及函数的单调性与极值的判定，其中解答中根据导函数的图象得出原函数的单调性是解答的关键，着重考查了数形结合思想，以及推理与运算能力，属于基础题．

**11．已知*i*为虚数单位，以下四个说法中正确的是（ ）**

**A．**

**B．复数的虚部为**

**C．若，则复平面内对应的点位于第二象限**

**D．已知复数*z*满足，则*z*在复平面内对应的点的轨迹为直线**

**【答案】**AD

【分析】

根据复数的概念、运算对选项逐一分析，由此确定正确选项.

【详解】

A选项，，故A选项正确.

B选项，的虚部为，故B选项错误.

C选项，，对应坐标为在第三象限，故C选项错误.

D选项，表示到和两点的距离相等，故的轨迹是线段的垂直平分线，故D选项正确.

故选：AD

**12．已知空间四点，则下列说法正确的是（ ）**

**A． B．**

**C．点*O*到直线的距离为 D．*O*，*A*，*B*，*C*四点共面**

**【答案】**ABC

【分析】

计算数量积判断A，求向量夹角判断B，利用向量垂直判断C，根据空间向量共面定理判断D．

【详解】

，

，A正确；

，B正确；

，，所以，，所以点*O*到直线的距离为，C正确；

，

假设若*O*，*A*，*B*，*C*四点共面，则共面，设，

则，此方程组无解，所以*O*，*A*，*B*，*C*四点不共面，D错．

故选：ABC．

**第II卷（非选择题）**

请点击修改第II卷的文字说明

**三、填空题**

**13．若，，，为的中点，\_\_\_\_\_\_\_\_.**

**【答案】**

【分析】

由中点坐标公式得出点坐标，再由空间两点距离公式得出距离

【详解】

的坐标为即



故答案为：

**14．函数的图象在处的切线方程为，则\_\_\_\_\_\_.**

**【答案】**

【分析】

利用导数和斜率的关系列方程，由此求得的值.

【详解】

依题意，由于函数的图象在处的切线方程为，直线的斜率为，所以.

故答案为：

【点睛】

本小题主要考查根据切线方程求参数，属于基础题.

**15．定义在上的连续函数满足，且在上的导函数，则不等式的解集为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**【答案】**

**【解析】**

设，则，即是单调递减函数，而，所以等价于，即，所以，故不等式的解集为，应填答案．

点睛：本题的解答过程中，充分借助题设条件，巧妙地构造函数，从而借助导数的求导法则及导数与函数单调性的关系，判断出该函数的单调递减函数，进而为解不等式创造出模型．解答本题的难点在于怎样观察并构造出函数，然后再用导数知识判断其单调性，进而将不等式进行等价转化．

**16．已知在区间上为单调递增函数，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**【答案】**

【分析】

求出导函数，由在上恒成立可得的范围．

【详解】

，由题意在时恒成立，

即在时恒成立，，

由对勾函数性质知在单调递增，所以，

所以，即．

故答案为：．

【点睛】

本题考查用函数在某个区间上单调性，解题方法是把问题转化为不等式恒成立，再转化为求函数的最值．解题基础求出导函数．

**四、解答题**

**17．已知向量与的夹角，且，．**

**（1）求，；**

**（2）求与的夹角的余弦值．**

**【答案】**（1），；（2）.

【分析】

（1）利用平面向量数量积的定义可计算得出的值，利用平面向量数量积的运算性质计算得出的值；

（2）计算出的值，利用平面向量夹角的余弦公式可求得与的夹角的余弦值．

【详解】

（1）由已知，得，

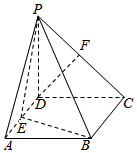
；

（2）设与的夹角为，

则，

因此，与的夹角的余弦值为.

**18．如图，四边形为正方形，平面，点分别为的中点，且，.**

****

**（1）证明：平面；**

**（2）求二面角的大小.**

**【答案】**（1）见解析（2）.

【分析】

（1）取的中点为，连接，可证四边形为平行四边形，则，即可得证；

（2）以为坐标原点，、、所在直线为、、轴建立空间直角坐标系，利用空间向量法求出二面角的余弦值，再由特殊角的三角函数值求出角度；

【详解】

解：（1）证明：取的中点为，连接

又为的中点，所以，且，

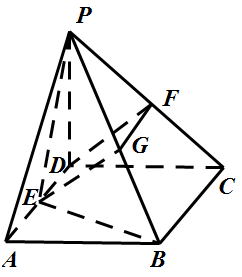
因为，且，

所以，且，

故四边形为平行四边形，则

又平面，平面，

所以平面，



（2）因为，，平面，所以

而四边形为正方形，所以可如图建立空间直角坐标系

，，，

所以，，

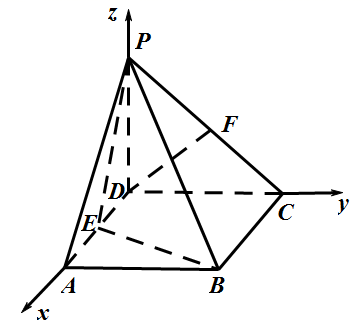
设平面的一个法向量为，则

∴，

同理可得平面的一个法向量为

所以，

由图知二面角为钝角，则大小为.



【点睛】

本题考查线面平行的判定，利用空间向量法求二面角，属于中档题.

**19．已知函数在处取得极值为.**

**（1）求、的值；**

**（2）若有极大值，求在上的最大值.**

**【答案】**(1) ;(2) 最小值为.

**【解析】**

试题分析：（1），有，得；（2）在处取得极大值，在处取得极小值，最小值为.

试题解析：

（1）因故由于在点处取得极值

故有即，化简得解得

(2).知，令，得，

当时，故在上为增函数；

当时，故在上为减函数；

当时，，故在上为增函数．

由此可知在处取得极大值．

在处取得极小值

由题设条件知得

此时，，

因此上的最小值为.

**20．某偏远贫困村积极响应国家“扶贫攻坚”政策，在对口帮扶单位的支持下建了一个工厂，已知每件产品的成本为元，预计当每件产品的售价为元时，年销量为万件.若每件产品的售价定为元时，预计年利润为万元**

**（1）试求每件产品的成本的值；**

**（2）当每件产品的售价定为多少元时？年利润（万元）最大，并求最大值．**

**【答案】**（1）；（2）每件产品的售价定为元时，年利润最大，最大值为万元.

【分析】

（1）求得利润为，代入点可求得实数的值；

（2）由（1）可得出，，利用导数求出的最大值及其对应的的值，即可得出结论.

【详解】

（1）由题意可知，该产品的年利润为，，

当时，，解得：；

（2）由，，

得：，

由，得或（舍）.

当时，，当时，.

所以当时，（万元）

即每件产品的售价定为元时，年利润最大，最大值为万元.

【点睛】

思路点睛：解函数应用题的一般程序：

第一步：审题——弄清题意，分清条件和结论，理顺数量关系；

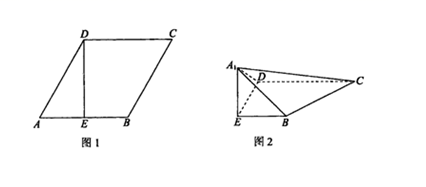
第二步：建模——将文字语言转化成数学语言，用数学知识建立相应的数学模型；

第三步：求模——求解数学模型，得到数学结论；

第四步：还原——将用数学方法得到的结论还原为实际问题的意义；

第五步：反思回顾——对于数学模型得到的数学结果，必须验证这个数学解对实际问题的合理性．

**21．如图1，在边长为2的菱形中，，于点，将沿折起到的位置，使，如图2.**

****

**（1）求证：平面；**

**（2）在线段上是否存在点，使平面平面？若存在，求的值；若不存在，说明理由．**

**【答案】**（1）证明见解析；（2）存在，且

【分析】

（1），，由线面垂直的判定定理得到平面，从而有，又，再由线面垂直的判定定理证明。

（2）假设在线段上是否存在点，使平面平面，根据（1）建立空间直角坐标系，设，则，所以，若使平面平面，分别求得两个平面的法向量，再通过两个法向量数量积为零求解.

【详解】

（1）证明：因为于点，

所以，

，，且，

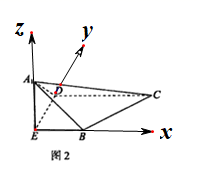
平面，

，

平面.

（2）假设在线段上是否存在点，使平面平面.

根据（1）建立如图所示空间直角坐标系：



则，，

设，

则，所以，

所以，

设平面一个法向量为：，

则，即，

令，所以，

设平面一个法向量为：，

则，即，

令，所以，

因为平面平面，

所以，即

解得.

所以在线段上是否存在点，使平面平面，且.

【点睛】

本题主要考查了线面垂直的判定定理和面面垂直问题，还考查了逻辑推理，探究问题的能力，属于中档题.

**22．设函数．**

**（1）当时，求证：；**

**（2）若，使得不等式成立，求实数*a*的取值范围．**

**【答案】**（1）证明见解析；（2）.

【分析】

（1）令，求导分析单调性求解最小值大于0即可证明；

（2）法一：令，求导讨论分析单调性求解最小值小于或等于即可；法二：用分析法分析每一步成立的充要条件即可求解．

【详解】

（1）证明：当时，，

令，则，

，

，

函数在上单调递增，

，即．

（2）法一：令，则，

，

①当时，恒成立，在上单调递增，

，

由题意得，解得；

②当时，恒成立，在上单调递减，

，

由题意得，解得；

③当时，时，在上单调递减；

时，在上单调递增．

，

由题意得，即，恒成立，

．

综上，实数*a*的取值范围为．

法二：，使得不等式成立

成立

成立，

令，则，

在上是增函数，，

，即实数*a*的取值范围为．

【点睛】

方法点睛：已知不等式能恒成立求参数值(取值范围)问题常用的方法：

（1）函数法：讨论参数范围，借助函数单调性求解；

（2）分离参数法：先将参数分离，转化成求函数的值域或最值问题加以解决；

（3）数形结合法：先对解析式变形，进而构造两个函数，然后在同一平面直角坐标系中画出函数的图象，利用数形结合的方法求解.