**【月考试卷】**

此卷只装订不密封

班级 姓名 准考证号 考场号 座位号

**吉林省松原市实验高级中学**

**2020-2021学年度高考月考试卷（五月）**

**数学试卷**

**注意事项：**

1、本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在答题卡上。

2、回答第Ⅰ卷时，选出每小题的答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在试卷上无效。

3、回答第Ⅱ卷时，将答案填写在答题卡上，写在试卷上无效。

4、考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

**第Ⅰ卷**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．命题“，”的否定是（ ）

A．， B．，

C．， D．，

2．已知集合，．若有且仅有个元素，则实数的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

3．已知圆的半径为1，，是圆上两个动点，，则，的

夹角为（ ）

A． B． C． D．

4．已知数列，，其中为最接近的整数，若的前项和为20，

则（ ）

A．15 B．30 C．60 D．110

5．关于直线、与平面、，有以下四个命题：

①若，且，则；

②若，且，则；

③若，且，则；

④若，且，则．

其中真命题的序号是（ ）

A．①② B．③④ C．①④ D．②③

6．已知函数，若，且，给出下列结论：①，②，③，④，其中所有正确命题的编号是（ ）

A．①② B．②③ C．②④ D．②③④

7．已知中，、分别是线段、的中点，与交于点，且，若，则周长的最大值为（ ）

A． B． C． D．

8．如图，水平桌面上放置一个棱长为4的正方体水槽，水面高度恰为正方体棱长的一半，在该正方体侧面上有一个小孔，点到的距离为3，若该正方体水槽绕倾斜（始终在桌面上），则当水恰好流出时，侧面与桌面所成角的正切值为（ ）



A． B． C． D．2

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9．已知i为虚数单位，以下四个说法中正确的是（ ）

A．

B．复数的虚部为

C．若，则复平面内对应的点位于第二象限

D．已知复数*z*满足，则*z*在复平面内对应的点的轨迹为直线

10．下列四个函数，同时满足：①直线能作为函数的图象的切线；②函数的最小值为4的是（ ）

A． B． C． D．

11．已知函数，若函数的部分图象如图所示，则下列说法正确的是（ ）



A．函数的图象关于直线对称

B．函数的图象关于点对称

C．将函数的图象向左平移个单位可得函数的图象

D．函数在区间上的值域为

12．过双曲线（，）的右焦点*F*引*C*的一条渐近线的垂线，垂足为*A*，交另一条渐近线于点*B*．若，，则*C*的离心率可以是（ ）



A． B． C． D．2

**第Ⅱ卷**

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分．**

13．写出一个符合“对，当时，”的函数\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．的展开式中有理项的个数为\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．高三年级毕业成人礼活动中，要求，，三个班级各出三人，组成小方阵，则来自同一班级的同学既不在同一行，也不在同一列的概率为\_\_\_\_\_\_．

16．已知实数且，为定义在上的函数，则至多有\_\_\_\_\_\_个零点；若仅有个零点，则实数的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本大题共6个大题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17．（10分）如图，在四边形中，，，为锐角三角形，且，，．

（1）求的值；

（2）求的面积．



18．（12分）给出以下两个条件：①数列的首项，，且，②数列的首项，且．从上面①②两个条件中任选一个解答下面的问题．

（1）求数列的通项公式；

（2）设数列满足，求数列的前项和．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

19．（12分）如图，在直四棱柱中，底面是边长为2的菱形，且，，分别为，的中点．

（1）证明：平面；

（2）若，求二面角的余弦值．



20．（12分）某商城玩具柜台元旦期间促销，购买甲、乙系列的盲盒，并且集齐所有的产品就可以赠送元旦礼品．而每个甲系列盲盒可以开出玩偶，，中的一个，每个乙系列盲盒可以开出玩偶，中的一个．

（1）记事件：一次性购买个甲系列盲盒后集齐，，玩偶；事件：一次性购买个乙系列盲盒后集齐，玩偶；求概率及；

（2）礼品店限量出售甲、乙两个系列的盲盒，每个消费者每天只有一次购买机会，且购买时，只能选择其中一个系列的一个盲盒．通过统计发现：第一次购买盲盒的消费者购买甲系列的概率为，购买乙系列的概率为；而前一次购买甲系列的消费者下一次购买甲系列的概率为，购买乙系列的概率为；前一次购买乙系列的消费者下一次购买甲系列的概率为，购买乙系列的概率为；如此往复，记某人第次购买甲系列的概率为．

①；

②若每天购买盲盒的人数约为100，且这100人都已购买过很多次这两个系列的盲盒，试估计该礼品店每天应准备甲、乙两个系列的盲盒各多少个．

21．（12分）已知椭圆的离心率为，右焦点为，上顶点为，左顶点为，且．

（1）求椭圆的方程；

（2）已知，，点在椭圆上，直线，分别与椭圆交于另一点，，若，，求证：为定值．

22．（12分）已知函数．

（1）若函数在区间上单调递增，求实数的取值范围；

（2）当时，讨论函数的零点个数，并给予证明．

**绝密 ★ 启用前**

**数 学答 案**

**第Ⅰ卷**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．【答案】B

【解析】根据全称命题的否定是特称命题可知，命题“，”的否定为“，”．

故选B．

2．【答案】C

【解析】因为，，

结合有且仅有个元素知，所以，

故选C．

3．【答案】B

【解析】，，得，

解得或，

由题意得，故，故，的夹角为．

故选B．

4．【答案】D

【解析】由题意知，函数为最接近的整数，

又由，，，，，，

，，，，，，

，

由此可得在最接近的整数中，有2个1，4个2，6个3，8个4，，

又由数列满足，

可得，

则，，，，

因为的前项和为20，即，

可得数列构成首项为，公差为的对称数列的前10项和，

所以，故选D．

5．【答案】D

【解析】对于①，若，且，则与平行、相交或异面，①错误；

对于②，如下图所示：



设，因为，在平面内作直线，由面面垂直的性质定理可知，

，，，，，因此，，②正确；

对于③，若，，则，

因为，过直线作平面使得，由线面平行的性质定理可得，



，，则，因此，③正确；

对于④，若，且，则与平行、相交或异面，④错误，

故选D．

6．【答案】D

【解析】函数的图象如下图所示，

函数的图象关于直线对称，则，故①错误；

由得，∴，

则，∴，故②正确；

设，

由，所以，

由，得，则，

∵，

∴，故③正确；

由的对称轴方程为，由图可知，

又，

∴，故④正确，

故选D．



7．【答案】A

【解析】在中，、分别是线段、的中点，与交于点，

则为的重心，

因为，故，则．

，

，

所以，

即，

所以，，

，当且仅当时，等号成立．

因此，周长的最大值为，故选A．

8．【答案】D

【解析】由题意知，水的体积为，如图所示，



设正方体水槽绕倾斜后，水面分别与棱交于，

由题意知，水的体积为，

，即，，

在平面内，过点作交于，

则四边形是平行四边形，且，

又侧面与桌面所成的角即侧面与水面所成的角，

即侧面与平面所成的角，其平面角为，

在直角三角形中，，故选D．

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9．【答案】AD

【解析】A选项，，故A选项正确；

B选项，的虚部为，故B选项错误；

C选项，，，对应坐标为在第三象限，

故C选项错误；

D选项，表示到和两点的距离相等，

故的轨迹是线段的垂直平分线，故D选项正确，

故选AD．

10．【答案】CD

【解析】对于A：，对于任意，无解，

所以直线不能作为切线；

对于B：，有解，但，当且仅当时取等号，

又，所以不符合题意；

对于C：，有解，，

当且仅当时，等号成立，故C正确；

对于D：，，又，

当且仅当时，等号成立，故D正确，

故选CD．

11．【答案】BC

【解析】结合函数的图象易知，函数的最大值，最小值为，

则，，

代入点，则，，

因为，所以，，

，即，函数关于对称，

A错误；

，即，函数关于点对称，

B正确；

函数的图象向左平移个单位，

得出，C正确；

当时，，，，D错误，

故选BC．

12．【答案】BC

【解析】右焦点，设一渐近线的方程为，

则另一渐近线的方程为，

由与垂直可得的方程为，

联立方程，

可得的横坐标为；

联立方程，

可得的横坐标为．

因为，

所以，可得，

因为，所以，

即，

BC满足题意，AD不合题意，

故选BC．

**第Ⅱ卷**

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分．**

13．【答案】（答案不唯一）

【解析】设，，则，

由单调性的定义可知，函数是定义域为的减函数，

所以函数满足题意．

故答案为．

14．【答案】34

【解析】，所以时为有理项，共34个，

故答案为34．

15．【答案】

【解析】根据题意，，，三个班级各出三人，组成小方阵，有种安排方法，

若来自同一班级的同学既不在同一行，也不在同一列，

则第一行队伍的排法有种；第二行队伍的排法有2种；第三行队伍的排法有1种；

第一行的每个位置的人员安排方法有种，第二行的每个位置的人员安排有种，第三行的每个位置的人员安排有种，

则自同一班级的同学既不在同一行，也不在同一列的概率，

故答案为．

16．【答案】，

【解析】令（，且），可得，

等式两边取自然对数得，即，

构造函数，其中，则．

当时，，此时函数单调递增；

当时，，此时函数单调递减．

所以，，且当时，，如下图所示：



由图象可知，直线与函数的图象至多有两个交点，

所以，函数至多有个零点．

若函数只有一个零点，则或，解得或．

故答案为，．

**四、解答题：本大题共6个大题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17．【答案】（1）；（2）．

【解析】（1）在锐角中，，，，

由正弦定理得，

又因为为锐角三角形，．

，

．

（2），，

．

在中，，

，

，

又，．

18．【答案】（1）；（2）．

【解析】若选条件①：

（1）由条件，得，两式相减得，

∴数列，均为公差为的等差数列．

∵，，

∴当为奇数时，；

∵，∴，

当为偶数时，，

综上，．

（2）由（1）得，

则其前项和为①，

∴②，

①-②得，

∴．

若选条件②：

（1）∵，∴，，，…，，

上面个式子相乘得（），∴时，，

而时，，也满足上面等式，∴，

∴时，，

而时，，也满足上面等式，

∴．

（2）由（1）得，

则其前项和为①，

∴②，

①-②得

，

∴．

19．【答案】（1）证明见解析；（2）．

【解析】（1）如图所示：



连接交于点，连接，为的中点，

所以，，

又为的中点﹐，所以，，

所以，，

所以四边形为平行四边形，．

直四棱柱中，平面，平面，

所以．

又因为底面是菱形，所以，

又，平面，平面，

所以平面，所以平面．

（2）建立如图空间直角坐标系，



由，知，

又，则，，，，

设为平面的一个法向量，

由，得，

令，可得；

设为平面的一个法向量，

由，即，

令，可得，

，

如图可知二面角为锐角，所以二面角的余弦值是．

20．【答案】（1），；（2）①；②应准备甲系列盲盒40个，乙系列盲盒60个．

【解析】（1）由题意基本事件共有：种情况，

其中集齐，，玩偶的个数可以分三类情况，

，，玩偶中，每个均有出现两次，共种；

，，玩偶中，一个出现一次，一个出现两次，一个出现三次，共种；

，，玩偶中，两个出现一次，另一个出现四次，共种，

故．

根据题意，先考虑一次性购买个乙系列盲盒没有集齐，玩偶的概率，即，

所以．

（2）①由题意可知：，当时，，

∴，

所以是以为首项，为公比的等比数列，

∴，

②因为每天购买盲盒的100人都已购买过很多次，

所以，对于每一个人来说，某天来购买盲盒时，可以看作*n*趋向无穷大，

所以购买甲系列的概率近似于，假设用表示一天中购买甲系列盲盒的人数，则，

所以，即购买甲系列的人数的期望为40，

所以礼品店应准备甲系列盲盒40个，乙系列盲盒60个．

21．【答案】（1）；（2）证明见解析．

【解析】（1）设，

由题意得，，，，

，解得，，

椭圆的方程为．

（2）设，，，

由，，

得，，

，，

，①

又点，，均在椭圆上，

由且，得，

．②

同理，由且，得，

．③

联立②③得．④

联立①④得，

为定值．

22．【答案】（1）；（2）当时，函数有且只有一个零点；当时，函数有两个零点，证明见解析．

【解析】（1），

由题意得，即在区间上恒成立．

当时，，所以，

故实数的取值范围为．

（2）由已知得，则．

当时，，函数单调递减，

又，，故函数有且只有一个零点．

当时，令，得，函数单调递减；

令，得，函数单调递增，

而，，

（在上恒成立）

由于，所以，所以在上存在一个零点．

又，且，

设，则在上恒成立，

故在上单调递增．

而，所以在上恒成立，所以，

所以在上存在一个零点．

综上所述，当时，函数有且只有一个零点；

当时，函数有两个零点．