**2020学年第二学期浙江省名校协作体试题**

**高三年级数学学科**

考生注意：

1.本卷满分150分，考试时间120分钟.

2.答题前，在答题卷指定区域填写学校、班级、姓名、考场号、座位号及准考证号.

3.所有答案必须写在答题卷上，写在试卷上无效.

4.考试结束后，只需上交答题卷.

第Ⅰ卷（选择题部分，共40分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1.设全集，集合，，则集合（ ）

A. B. C. D.

2.过点且倾斜角为30°的直线被圆所截的弦长为（ ）

A. B.1 C. D.

3.设实数*x*、*y*满足不等式组，则的最大值为（ ）

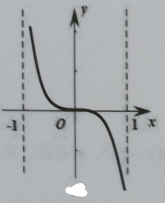
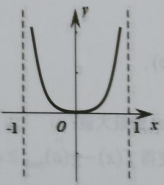
A. B. C.0 D.6

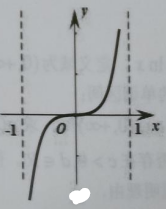
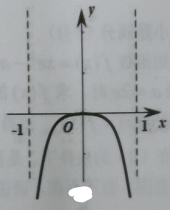
4.已知平面，*l*，*m*是两条不同的直线，且（ ）

A.若，则 B.若，则

C.若，则 D.若，则

5.设函数，则函数的图像可能为（ ）

A. B.

C. D.

6.将函数的图象向右平移个长度单位所得图象的对应函数为，则“”是“为偶函数”的（ ）

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

7.设等差数列的前*n*项和为，且，，则下列结论正确的是（ ）

A.， B.，

C.， D.，

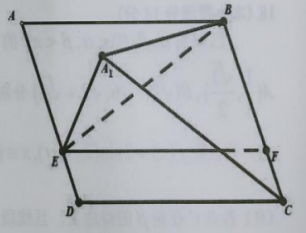
8.过双曲线*C*：的左焦点*F*作*x*轴的垂线交双曲线于点*A*，双曲线*C*上存在点*B*（异于点*A*），使得.若，则双曲线的离心率为（ ）

A. B. C. D.

9.设函数满足，且当时，，当时，，又函数，函数在上的零点个数为（ ）

A.4 B.5 C.6 D.7

10.在矩形中，，，*E*、*F*分别为边、上的点，且，现将沿直线折成，使得点在平面上的射影在四边形内（不含边界），设二面角的大小为，直线与平面所成的角为，直线与直线所成角为，则（ ）

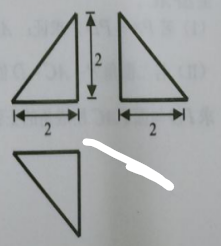


A. B. C. D.

第Ⅱ卷（非选择题部分，共110分）

二、填空题：本大题共7小题，多空题每题6分，单空题每题4分，共36分.

11.若某几何体的三视图（单位：）如图所示，则此几何体的体积\_\_\_\_\_\_\_\_；表面积是\_\_\_\_\_\_\_\_.



12.1748年，瑞士数学家欧拉发现了复指数函数和三角函数的关系，并写出以下公式，这个公式在复变论中占有非常重要的地位，被誉为“数学中的天桥”.根据此公式，则\_\_\_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_\_\_.

13.二项展开式，则\_\_\_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.某毕业生参加人才招聘会，分别向甲、乙、丙三个公司投递了个人简历，假定该毕业生得到甲公司面试的概率为，得到乙、丙两公司面试的概率均为*p*，且三个公司是否让其面试是相互独立的，记*X*为该毕业生得到面试的公司个数，若，\_\_\_\_\_\_\_\_；若，则随机变量*X*的期望\_\_\_\_\_\_\_\_.

15.有8个座位连成一排，甲、乙、丙、丁4人就坐，要求有且仅有两个空位相邻且甲、乙两人都在丙的同侧，则共有\_\_\_\_\_\_\_\_种不同的坐法

16.设实数*a*，*b*满足，，则的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_.

17.不共线向量，满足.若对于给定的实数，存在唯一的点*P*，满足（）且，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_.

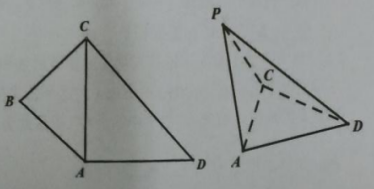
三、解答题：本大题共5小题，共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18.已知角，（，）的顶点与原点*O*重合，始边与*x*轴的非负半轴重合，点，分别在角，的终边上.

（Ⅰ）设函数，，求的最大值；

（Ⅱ）若点*C*在角的终边上，且线段的长度为，求的面积.

19.已知四边形，，，将沿翻折至.



（Ⅰ）若，求证：；

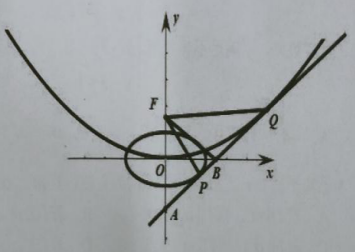
（Ⅱ）若二面角的余弦值为，求与面所成角的正弦值.

20.已知数列满足：，.

（Ⅰ）证明：数列为等比数列，并求数列的通项公式；

（Ⅱ）记，求使成立的最大正整数*n*的值.（其中，符号表示不超过*x*的最大整数）

21.已知椭圆：和抛物线：，点*Q*为第一象限中抛物线上的动点，过*Q*作抛物线的切线*l*分别交*y*轴、*x*轴于点*A*、*B*，*F*为抛物线的焦点.



（Ⅰ）求证：平分；

（Ⅱ）若直线*l*与椭圆相切于点*P*，求面积的最小值及此时*p*的值.

22.已知函数，定义域为.

（Ⅰ）当时，求的单调区间；

（Ⅱ）记，当，求的最大值；

（Ⅲ）在（Ⅱ）的条件下，是否存在，，使得.若存在，求*c*的取值范围；若不存在，请说明理由.

**2020学年第二学期浙江省名校协作体联考参考答案**

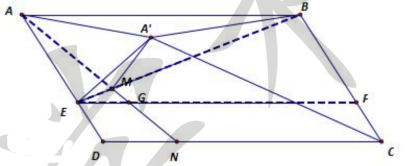
**高三年级数学学科**

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 答案 | B | C | D | D | B | A | A | C | D | D |

10.【答案】D

【解析】过*A*作的垂线，分别交，，于*M*，*G*，*N*.显然.因为，所以直线与所成角即为.当在平面上的射影为*G*时，平面，此时.于是当在平面上的射影在线段上时，，所以.由于，，进而得，.因为是在平面上的射影，所以由线面角最小性知，即.再由二面角的最大性知.



二、填空题：本大题共7小题，多空题每题6分，单空题每题4分，共36分.

11.， 12.0， 13.，

14.，； 15.480 16. 17.4

17.【答案】4

【解析】由得（其中为向量，的夹角），因为*P*点唯一，所以关于的方程有唯一解，于是.又，所以消去得，进而，等号当且仅当时等号成立.

【解析】由点*P*的唯一性知，所以，又得.两式联合得，所以，等号当且仅当时等号成立.

三、解答题：本大题共5小题，共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18.【解析】解：（Ⅰ）由过点知，，

∴，.

∵∴

∴.

∴

（Ⅱ）由过点知

，，

，即.

<方法一>由余弦定理知，

∴，∴，

∴.（少一解扣1分）

<方法二>由正弦定理知，

∴，

，，

∴.（少一解扣1分）

19.【解析】（Ⅰ）取的中点*E*，连接，

不妨设，则，

即

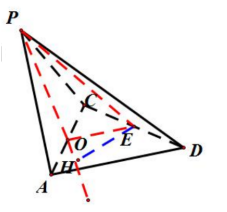
因为，

所以，则，

又因为，所以，且，

∴面，面，则.

（Ⅱ）取的中点*O*，连接，，，过点*E*作，



不妨设，则，即

因为，则，

又因为*O*为中点，*E*为的中点，则，所以，

所以为二面角的平面角.

且，∴面，面，又，则面，

在中，，，所以，

所以点*D*到面距离为，，

设与面所成的角为，则

解法2：取的中点*O*，连接，，，过点*E*作，

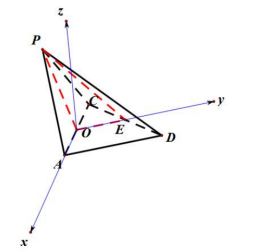
不妨设，则，即

因为，则，

又因为*O*为中点，*E*为的中点，则，所以，

所以为二面角的平面角.

因此以点*O*为坐标原点，以，，分别为*x*，*y*，*z*轴建空间直角坐标系如图：



，，，

设面的法向量为，，

，

则，所以，令，则，

所以面的一个法向量为，

设与面所成的角为，则.

20.（Ⅰ）证明：

∵，

∴，

为等比数列，且.

（Ⅱ）

∵，



∵，

∴，

∴，

∴

，

∴.

21.（Ⅰ）设，，，，

*l*：.

*l*与抛物线联立得：.

由题意知，即.

而*Q*的横坐标，*B*的横坐标，

所以*B*为的中点.

由*Q*到焦点的距离等于*Q*到准线的距离可知，.

所以平分.

（Ⅱ）*l*与椭圆联立得：.

由条件知，即.

由（1）知，可得：.

又因为，所以.

*P*的横坐标，.

所以面积



令.

（当即时取等）

所以面积的最小值是2，此时.

22.（Ⅰ）解：当时，∵

∴，

因为在区间上单调递增，且.

所以在区间上单调递减；在区间上单调递增.

（Ⅱ）∵，

∴且.

显然对每个存在唯一的正数，满足

即，所以最小值在处取到，

即

令，∴

所以在区间上，在区间上单调递增；

在区间上，在区间上单调递减.

所以，此时.

（Ⅲ）由（Ⅱ）知当时，且当时不等号左边0，因此.

设存在，使成立，

令，则，

，且，

，且，

所以当，即时，单调递增，

当时，单调递减，

当，单调递增，

所以，，即成立；

当时，，又时，，

所以存在使；

所以，当时，有单调递减，

单调递减，

，即，故不合.

综上，.