**江西省重点中学协作体2021届高三第一次联考**

**数学（文）试卷 2021.2**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上．**

**2，回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效．**

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．已知集合，则（ ）

A． B． C． D．

2．若，则（ ）

A．0 B．1 C． D．2

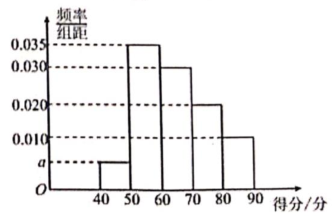
3．设问是等差数列，且，则（ ）

A．5 B．6 C．16 D．32

4．有3位男生和2位女生在周日去参加社区志愿活动，从该5位同学中任取3人，至少有1名女生的概率为（ ）

A． B． C． D．

5．江西省重点中学协作体于2020年进行了一次校际数学竞赛，共有100名同学参赛，经过评判，这100名参赛者的得分都在之间，其得分的频率分布直方图如图，则下列结论错误的是（ ）



A．得分在之间的共有40人

B．从这100名参赛者中随机选取1人，其得分在的概率为0.5

C．这100名参赛者得分的中位数为65

D．可求得

6．已知圆，过点向这个圆作两条切线，则两切线的夹角的余弦值为（ ）

A． B． C． D．

7．已知函数，则下列说法正确的是（ ）

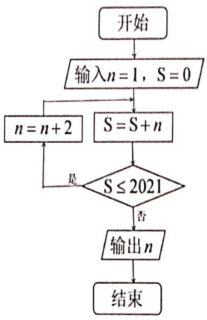
A．的最大值是 B．在上是递增的

C． D．向右平移后为奇函数

8．设，，，则*a*，*b*，*c*的大小关系是（ ）

A． B． C． D．

9．执行右边的程序框图，则输出的（ ）



A．87 B．89 C．91 D．93

10．《增减算法统宗》中，许多数学问题都是以歌诀的形式出现的．其中有一首“葛藤缠木”，大意是说：有根高2丈的圆木柱，该圆木的周长为3尺，有根葛藤从圆木的根部向上生长，缓慢地自下而上均匀绕该圆木7周，刚好长的和圆木一样高．已知1丈等于10尺，则能推算出该葛长为（ ）

A．21尺 B．25 C．29尺 D．33尺

11．已知椭圆与双曲线的焦点相同，离心率分别为，，且满足，，是它们的公共焦点，*P*是椭圆和双曲线在第一象限的交点，若，则双曲线的离心率为（ ）

A． B． C．2 D．

12．菱形中，，，将沿折起，*C*点变为*E*点，当四面体的体积最大时，四面体的外接球的面积为（ ）

A． B． C． D．

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13．若*x*，*y*满足约束条件则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．单调递增的等比数列满足，令，则的前10项和为\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．在中，*O*为中线上的中点，若，则等于\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．已知，其中*e*是自然对数的底数，若，则实数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．**

17．（12分）高三学生小明这段时间比较焦虑，下表记录了小明高三阶段前5次模拟考试的数学成绩：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 第*x*次考试 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 数学成绩*y* | 110 | 115 | 110 | 125 | 140 |

（1）由散点图可以推断小明的数学成绩*y*与第*x*次考试线性相关，请预测小明在第6次考试（高考）的数学成绩大约为多少分？

（2）为取得更好的成绩，他现在准备突破导数问题，现假定他在训练某道解答题时发现有两种方法可以求解；第一种方法需要3个独立步骤：每个步骤解题正确的概率为0.9，第二种方法需要2个独立步骤：每个步骤解题正确的概率为0.85，若以最终解题正确的概率高低为决策依据，小明在解该道导数题时应选择哪种方法？

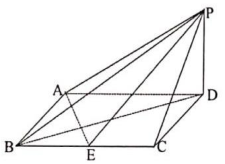
参考公式：

18．（12分）锐角的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，．

（1）若，求；

（2）若，求*b*的取值范围．

19．（12分）如图，在四棱锥中，底面为矩形，平面与平面均与底面垂直，*E*为的中点，若，．



（1）求证：面面；

（2）求点*C*与平面的距离．

20．（12分）已知函数．

（1）若，求在处的切线方程；

（2）若有2个极值点，求实数*a*的取值范围．

21．（12分）在平面直角坐标系中，已知点，点*B*在直线上，点*M*满足，．点*M*的轨迹为曲线*C*．

（1）求曲线*C*的方程；

（2）点*P*在曲线*C*上，且横坐标为2，问：是否在曲线*C*上存在*D*，*E*两点，使得是以*P*为直角顶点的等腰直角三角形？若存在，说明的个数；若不存在，说明理由．

**选考题：请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．**

22．[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系中，曲线的参数方程为（*t*为参数），以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为．

（1）当时，求出的普通方程，并说明该曲线的图形形状．

（2）当时，*P*是曲线上一点，*Q*是曲线上一点，求的最小值．

23．[选修4-5：不等式选讲]（10分）

已知函数．

（1）求不等式的解集；

（2）记的最小值为*M*，*a*，*b*，*c*为正实数且，求证：

**江西省重点中学协作体**

**2021届高三第一次联考数学（文）试卷参考答案**

命题人：上饶中学 俞振 鹰潭一中 欧阳福查

**一、选择题：本題共12小题，每小题5分，共60分．在每小題给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．B 2．C 3．B 4．D 5．C 6．A 7．C 8．A 9．B 10．C 11．C 12．A

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13． 14． 15． 16．

**三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．**

**（一）必考题：共60分．**

17．解：（1），， 2分

，

，则线性回归方程为 5分

当时，，预测第6次的数学成绩约为141分． 6分

（2）， 8分

， 10分

因为，所以选择第一种方法． 12分

参考公式：

18．（12分）

解：（1）依题意得，，可得，，由余弦定理得，得，而，解得，故为等边三角形，； 6分

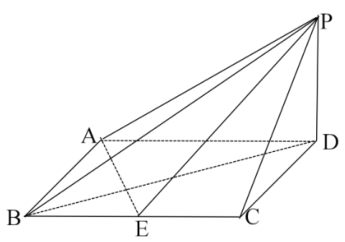
（2）依题意，由正弦定理得，则；由于是锐角三角形，则，得，则*b*的取值范围为． 12分

19．（12分）

（1）证：平面底面，平面底面，则交线底面，则， 2分

底面为矩形，，则，，则，则面， 4分

**面，则面面； 6分



（2）设*C*点到面的距离为*d*，由，，故，又，则，， 8分

记与的交为*M*，则为的高，，，则， 10分

因为，求得． 12分

20．（12分）

解：（1）依题意得，，，，，则切线方程为 4分

（2）有2个极值点，则有2个零点（且左右异号），则在上有2解， 6分

令，，则， 8分

可知在上单调递增，，则当时，，当时，，故在上单调递减，在上单调递增， 10分

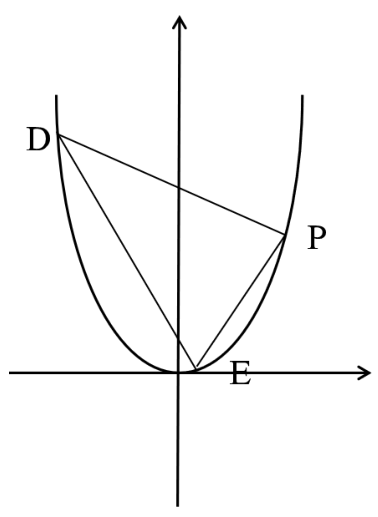
故最小值为，则． 12分

21．（12分）

解：因为，所以则，即*M*到*A*点的距离等于*M*到直线的距离，故*M*是以*A*为焦点，以直线为准线的抛物线，方程为． 4分

（2）可知，设，直线的斜率为*k*，则直线的斜率为，则，联立抛物线方程，消*y*可得，则有，，同理可得，，由，可得，整理得，即，则有（1）或（2），

将后，（1）即为（2）所以分析（1）即可． 10分



（1）令，，当或时，，当时，，故极大值为，极小值为，故只有1个零点．

综上有1个，是以*P*为直角顶点的等腰直角三角形． 12分

解法2：设点，则中点，

，，

，，因为三角形是以*P*为直角项点的等腰直角三角形，所以，得（1） 8分

由，即，整理得，代入（1）式有 （2）， 10分

若，则轴，此时轴，不成立．令，则 （3），即．

令，，，开口向上，所以恒大于0，则单调递增，又，，故只有一个零点，则方程（3）只有一解，即存在1个，是以*P*为直角顶点的等腰直角． 12分

**（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．**

22．[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

解：（1）当时，消*t*得， 3分

是以，为端点的线段． 5分

（2）当时，曲线的的普通方程为椭圆：；曲线的的普通方程为直线：； 7分

可知直线与椭圆相离，则的最小值为*P*到直线的距离最小值． 8分

则，当时，有最小值． 10分

23．[选修4-5：不等式选讲]（10分）

解：（1）依题意得， 3分

由，解得； 5分

（2）由，可知的最小值为2， 7分

（3）因为，则有，，，相加可得， 9分

当且仅当时取等号． 10分