**2020—2021学年度上期高中调研考试二年级理数试题**

**时间：120分钟 分值：150分**

1. **选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要**

**1.设命题:,,则为( )**

**A. , B. ,**

**C. , D. ,**

**2．若且，则下列不等式成立的是( )**

**A． B． C． D．**

**3．《九章算术》“竹九节”问题：现有一根节的竹子，自上而下各节的容积成等差数列，上面3节的容积共6升，下面节的容积共12升，则第5节的容积为（ ）升。**

**A．2 B．3 C．4 D．5**

**4.设是公比为的等比数列，则“”是“为递增数列”的（ ）**

**A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件**

**5．曲线方程的化简结果为（ ）**

**A． B． C． D．**

**6.在长方体中，，，则异面直线与所成角的余弦值为**

**A.  B.  C.  D. **

**7.若双曲线的左、右焦点分别为，点在双曲线上，且，则等于（ ）**

**A. 1或13 B. 1 C. 13 D. 1或12**

**8.给出如下四个命题：**

**①若“且”为假命题，则均为假命题；**

**②命题“若，则函数只有一个零点”的逆命题为真命题；**

**③若是的必要条件，则是的充分条件；**

**④在中，“”是“”充要条件.**

**其中正确的命题的个数是（ ）**

**A. 1 B. 2 C. 3 D. 4**

**9.圆的半径为6，圆心为是圆内一个定点，是圆上任意一点，线段的垂直平分线与半径相交于点，当点在圆上运动时，点的轨迹方程为（ ）**

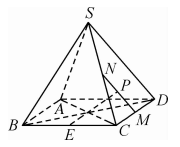
**A.  B.  C.  D. **

**10.已知，等于（ ）**

**A. 1 B. -1 C. 3 D. 6**

**11.如图，在四棱锥中，底面为正方形，且,其中，，分别是，，的中点，动点在线段上运动时，下列四个结论：①；②；③面；④面；**

**其中恒成立的为（ ）**

****

**A. ①③ B. ③④ C. ①④ D. ②③**

**12.已知中心在原点,焦点在轴上的椭圆与双曲线有公共焦点,左､右焦点分别为,,且两条曲线在第一象限的交点为,是以为底边的等腰三角形,若,椭圆与双曲线的离心率分别为,,则的取值范围是( )**

**A.  B.  C. D. **

**二、填空题（本大题共4小题，共20分）**

**13.抛物线的准线方程是\_\_\_\_\_\_\_\_**

**14.过点作斜率为的直线与椭圆：相交于，若是线段的中点，则椭圆的离心率为 ．**

**15．设，，若是的必要不充分条件，则实数的取值范围\_\_\_\_\_\_\_\_**

**16.《九章算术》中的“邪田”意为直角梯形，上、下底称为畔，高称为正广，非高腰边称为邪。在四棱锥 中，底面 为邪田，两畔分别为1，3，正广 为 ， 平面，邪所在直线与平面 所成角的大小为\_\_\_\_\_\_\_\_.**

**三、解答题（本大题共6小题，共70分）**

**17.(本小题满分10分)**

**已知命题p：直线y＝x＋m与焦点在x轴上的椭圆无公共点，命题q：方程表示双曲线。**

**(1)若命题p是真命题，求实数m的取值范围；**

**(2)若p是q的充分不必要条件，求实数t的取值范围。**

**18.(本小题满分12分)**

**求满足下列各条件的椭圆的标准方程。**

**(1)长轴是短轴的3倍且经过点A(3，0)；**

**(2)过点(，-)，且与椭圆有相同焦点。**

**19.（本小题满分12分）**

**如图，四棱锥中，侧面*PAB*为等边三角形且垂直于底面*ABCD*，，, *E*是*PD*的中点．**

**(1)证明：直线∥平面；**

**(2)求二面角的余弦值．**

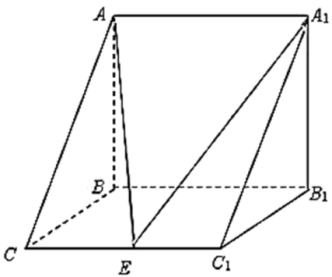
**20(本小题满分12分)**

**新冠肺炎疫情发生以后，口罩供不应求，某口罩厂日夜加班生产，为抗击疫情做贡献．生产口罩的固定成本为300万元，每生产万箱，需另投入成本万元，当产量不足90万箱时，；当产量不小于90万箱时，，若每箱口罩售价120元，通过市场分析，该口罩厂生产的口罩可以全部销售完．**

**（1）求口罩销售利润（万元）关于产量（万箱）的函数关系式；**

**（2）当产量为多少万箱时，该口罩生产厂在生产中所获得利润最大？**

**21(本小题满分12分)**

**如图，三棱柱中，侧面，已知，，，点是棱的中点.**

**（1）求证：平面；**

**（2）在棱上是否存在一点，使得与平面所成角的正弦值为，若存在，求出的值；若不存在，请说明理由．**

**22.(本小题满分12分)**

**已知抛物线C：y2＝2px(p>0)，过其焦点且斜率为1的直线交抛物线C于A，B两点，若线段AB的中点的纵坐标为2。**

**(1)求抛物线C的方程；**

**(2)若点P(－4，0)，问x轴上是否存在点T，使得过点T的任一条直线与抛物线C交于点M，N两点，且点T到直线MP，NP的距离相等？若存在，求出点T的坐标；若不存在，说明理由。**

**2020—2021学年度上期高中调研考试二年级理数答案**

**一．选择题：**

**1【答案】D**

**【详解】因为命题:，，**

**所以，，故选：D**

**【点睛】本题考查含有一个量词的命题的否定，属于简单题.**

**2．【答案】D**

**【详解】选项A: ，符合，但不等式不成立，故本选项是错误的；**

**选项B:当符合已知条件，但零没有倒数，故不成立 ，故本选项是错误的；**

**选项C:当时，不成立，故本选项是错误的；**

**选项D:因为，所以根据不等式的性质，由能推出，故本选项是正确的，因此本题选D.**

1. 【答案】**B**

**【详解】设此等差数列为，公差，由题意可得：，**

**  **

**4【答案】D**

**【解析】**

**当时，不是递增数列；当且时，是递增数列，但是不成立，所以选D.**

**考点：等比数列**

**5．【答案】D**

**【详解】由椭圆定义得2a=10，a=5，又c=4，方程为**

**6【答案】D**

**【解析】以D为坐标原点，DA,DC,DD1为x,y,z轴建立空间直角坐标系，则,所以,**

**因为，所以异面直线与所成角的余弦值为，选D.**

**点睛：利用法向量求解空间线面角的关键在于“四破”：第一，破“建系关”，构建恰当的空间直角坐标系；第二，破“求坐标关”，准确求解相关点的坐标；第三，破“求法向量关”，求出平面的法向量；第四，破“应用公式关”.**

**7【答案】C**

**【解析】由双曲线定义得，**



**由双曲线性质知， ,故选选C考点：双曲线的标准方程和定义．**



**故选C**

**8【答案】B**

**【解析】**

**①：若“且”为假命题，则中至少有一个假命题，故①错误；**

**②：若只有一个零点,则当时,只有一个零点,或当时即,故只有一个零点,有或,故②不正确;**

**③若是的必要条件，则q是p的充分条件，因为若,所以若是的必要条件，则是的充分条件；故③正确；**

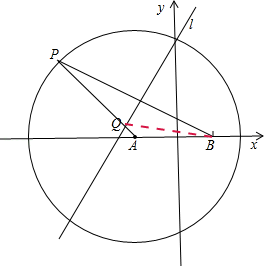
**④：充分性：中，若，则a>b，根据正弦定理，可得到 ，反之也成立，故④项正确.**

**故选B.**

**9【答案】B**

**数形结合利用垂直平分线的定义得到动点到定点、的距离之和为定值4（大于两定点间的距离，符合椭圆定义，从而得到椭圆方程．**

**【详解】解：如图，直线为线段的垂直平分线，**

****

**连接，由线段垂直平分线的性质得：，**

**而半径，且、两点为定点，**

**，**

**由椭圆定义得：点轨迹是以、两点为焦点的椭圆，且，，**

**，，，椭圆方程为：，**

**故选：B**

**【点睛】本题考查了椭圆的定义，考查了椭圆方程的求法，考查了直线的垂直平分线的性质，是中档题，也是轨迹方程的常见题型．**

**10【答案】D**

**【详解】因为，所以.**

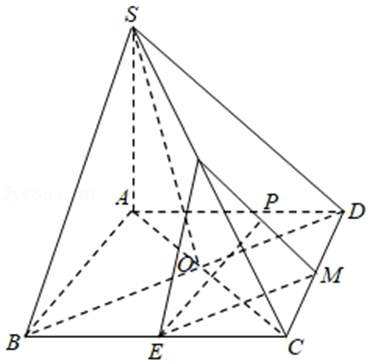
**故选D**

**【点睛】本题主要考查导数的概念，熟记导数的概念即可，属于常考题型.**

**11【答案】C**

**【解析】**

**分析：如图所示，连接AC、BD相交于点O，连接EM，EN．**

****

**详解：如图所示，连接AC、BD相交于点O，连接EM，EN．**

**对于（1），由正四棱锥S﹣ABCD，可得SO⊥底面ABCD，AC⊥BD，∴SO⊥AC．**

**∵SO∩BD=O，∴AC⊥平面SBD，∵E，M，N分别是BC，CD，SC的中点，∴EM∥BD，MN∥SD，而EM∩MN=N，**

**∴平面EMN∥平面SBD，∴AC⊥平面EMN，∴AC⊥EP．故正确．**

**对于（2），由异面直线的定义可知：EP与BD是异面直线，不可能EP∥BD，因此不正确；**

**对于（3），由（1）同理可得：EM⊥平面SAC，若EP⊥平面SAC，则EP∥EM，与EP∩EM=E相矛盾，因此当P与M不重合时，EP与平面SAC不垂直．即不正确．**

**对于（4），由（1）可知：平面EMN∥平面SBD，∴EP∥平面SBD，因此正确．**

**故选：C．**

**点睛：本题考查了空间线面、面面的位置关系判定，属于中档题．对于这种题目的判断一般是利用课本中的定理和性质进行排除，判断.还可以画出样图进行判断，利用常见的立体图形，将点线面放入特殊图形，进行直观判断.**

**12【答案】C**

**【详解】设椭圆和双曲线的半焦距为，**

**，，，是以为底边的等腰三角形，若，**

**则，，由椭圆的定义可得，由双曲线的定义可得，**

**即有，，**

**根据三角形三边关系可得，即，所以，根据离心率公式可得，因为，所以，则有，**

**所以的取值范围为.故选：C**

**【点睛】本题考查椭圆和双曲线的定义，考查离心率的求法，三角形的三边关系**

**二．填空题**

**13【答案】**

**【详解】抛物线方程可化为： 抛物线准线方程为：**

**故答案为**

**14【答案】**

**【解析】设A，B，则①，②，**

**∵M是线段AB的中点，∴，①②两式相减可得，即．**

**考点：椭圆的简单性质**

**15【答案】**

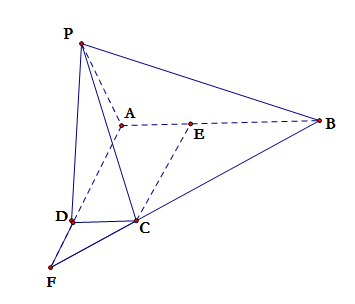
**【详解】由得，解得，**

**设．由得，解得，设．**

**∵是的必要不充分条件，∴是的必要不充分条件，∴，即，∴，解得. ∴实数的取值范围为．**

**16【答案】 **

**【详解】过点作，垂足为，延长，使得（如图）**

**.**

**由题意可得，则**

**由题意知，所以，所以.因为 平面，所以，又，所以 平面 ，则 是直线 与平面 所成角的平面角， ，所以**

**故答案为： **

**【点睛】本题以数学文化为载体，考查了线面角及线面垂直的证明，考查了转化与化归思想及推理论证能力，属于中档题.**

**三、解答题（本大题共6小题，共70分）**

**17、【解析】**

**（1）∵椭圆的焦点在轴上，∴， ……2分**

**又∵直线与椭圆无公共点，**

**由得，**

**由，得或，结合，可得，**

**即命题是真命题，实数的取值范围为 ……5分**

1. **方程表示双曲线，**

**∴，解得或， ……8分**

**又∵是的充分不必要条件，**

**是的真子集，**

**即或，解得或，**

**所以实数的取值范围或. ……10分**

**18【解析】**

**(1)若椭圆焦点在x轴上，设所求椭圆的标准方程为(*a*>*b*>0)**

**∵长轴是短轴的3倍∴*a*=3*b***

**又∵椭圆经过点A(3，0)∴，得到*a*=3**

**∴b=1，所以 ……2分**

**若椭圆焦点在y轴上，设所求椭圆的标准方程为(*a*>*b*>0)**

**∵长轴是短轴的3倍，∴*a*=3*b***

**又∵椭圆经过点A(3，0)∴，得到*b*=3，**

**∴*a*=9∴ ……5分**

**所以椭圆的标准方程为。或. ……6分**

**(2）椭圆的焦点为(0，4)**

**设该椭圆方程为(*a*>*b*>0)，因此 ① ……8分**

**∵椭圆过(，-)，(*a*>*b*>0) ② ……10分**

**联立①②式，解得*a*2=20，b2=4.因此该椭圆方程为. 12分**

**19.解：(1)取的中点，连，**

**是的中点,**

**， ………………………………2分**

**又**

****

**四边形是平行四边形…………………………4分**

**∥**

**又平面，平面………………5分**

**∥平面 ………………………6分**

** (2)在平面内作于，不妨令，则**

**由是等边三角形，则，为的中点，**

**分别以、所在的直线为轴和轴，以底面内的中垂线为轴建立空间直角坐标系， ………………………………7分**

**则，，，**

**，，………8分**

**设平面的法向量为，平面的法向量为，**

**则 则……9分**

** 则…………10分**

**…………11分**

**经检验，二面角的余弦值的大小为.** **………………………………12分**

**20【解析】**

**（1）当时，**

**； ……2分**

**当时，， ……4分**

**∴， ……6分**

**（2）当时，，**

**∴当时，取最大值，最大值为1500万元； ……18分**

**当时，，**

**当且仅当，即时，取得最大值，最大值为1750万元． ……11分**

**综上，当产量为100万箱时，该口罩生产厂在生产中获得利润最大，最大利润为1750万元． ……12分**

**21.（1）由题意，因为，，，∴，**

**又∴，∴，**

**∵侧面，∴.**

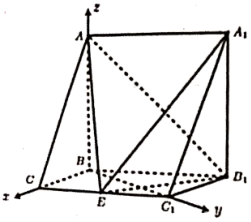
**又∵，，平面**

**∴直线平面. ……5分**

**（2）以为原点，分别以，和的方向为，和轴的正方向建立如图所示的空间直角坐标系，**

**则有，，，，……6分**

**设平面的一个法向量为，，，**

**∵，∴，令，则，∴…8分**

**假设存在点，设，∵，，**

**∴，∴∴**

**设平面的一个法向量为， ……10分**

**∴，得.**

**即，∴或，∴或. ……12分**

**22、【解析】**

**（1）设，,则,，**

**因为线段的中点的纵坐标为2，则，**

**两式相减得，**

**所以，即抛物线的方程为 ……4分**

**（2）假设存在这样的点满足条件，设为，**

**因为点到直线、的距离相等，所以为的角平分线，**

**则，可得， ……5分**

**显然直线的斜率不能为零，故设直线的方程为，**

**设，,**

**由联立得，**

**则有， …7分**

**得，**

**即，**

**化简整理得， ……10分**

**即，**

**得，**

**即对于任意的恒成立，所以，且此时满足，**

**所以在轴上存在使得点到直线、的距离相等.……12分**