**浙江省2020〜2021学年高三百校12月联考**

**数 学**

注意事项：

1.本科考试分试题卷和答题卷，考生须在答题卷上作答.答题前，请在答题卷的密封线内填写学校、班级、学号、姓名；

2.本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共4页，全卷满分150分，考试时间120分钟.

参考公式：

球的表面积公式 柱体的体积公式

 

球的体积公式 其中表示柱体的底面积，表示柱体的高

 台体的体积公式

其中表示球的半径 

锥体的体积公式 其中，分别表示台体的上、下底面积，表示台体的高



其中表示锥体的底面积，表示锥体的高

第Ⅰ卷（共40分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.已知集合，集合，则（ ）

A. B. C. D.

2.已知，若，则（ ）

A.2 B. C.3 D.4

3.在《九章算术》中，将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马.已知四棱锥为阳马，底面，其三视图如图所示，正视图是等腰直角三角形，其直角边长为2，俯视图是边长为2的正方形，则该阳马的表面积为（ ）



正视图 侧视图 俯视图

A. B. C.8 D.

4.若实数，满足约束条件则的最大值为（ ）

A. B.1 C.2 D.5

5.已知函数，其图象可能是（ ）

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| A | B | C | D |

6.已知，条件：，条件：，则是的（ ）

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

C.充分必要条件 D.既不充分也不必要条件

7.设，分别是椭圆和双曲线的公共焦点，是的一个公共点，且，线段的垂直平分线经过点，若和的离心率分别为，，则的值为（ ）

A.2 B.3 C. D.

8.已知数列是首项为，公差为1的等差数列，数列满足.若对任意的，都有成立，则实数的取值范围是（ ）

A. B. C. D.

9.已知函数有两个零点，则实数的取值范围是（ ）

A. B. C. D.

10.在正四面体中，，分别为，的中点，为线段上的动点（包括端点），记与所成角的最小值为，与平面所成角的最大值为，则（ ）

A. B. C. D.

第Ⅱ卷（共110分）

二、填空题（本大题共7小题，单空每题4分，双空每题6分，共36分）

11.已知，且，则 ， .

12.已知，则 ， .

13.抛物线的焦点在直线：上，则 ，若焦点在轴上的双曲线的一条渐近线与直线平行，则双曲线的离心率为 .

14.一袋中有除颜色不同其他都相同的2个白球，2个黄球，1个红球，从中任意取出3个，有黄球的概率是 ，若表示取到黄球球的个数，则 .

15.若实数，满足条件，且，则的最小值为 .

16.已知平面向量，，，满足，，，，则的取值范围为 .

17.已知，若对于任意的，不等式恒成立，则的最小值为 .

三、解答题（本大题共5小题，共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算过程）

18.（本小题满分14分）

在中，角，，的对边分别为，，，.

（Ⅰ）求角的大小；

（Ⅱ）若为锐角三角形，且，求周长的取值范围.

19.（本小题满分15分）

如图，在四棱锥中，，，.

（Ⅰ）证明：；

（Ⅱ）求与平面所成角的正弦值.



20.（本小题满分15分）

已知数列的前项和为，且，，数列满足，.

（Ⅰ）求数列，的通项公式；

（Ⅱ）若数列满足且对任意恒成立，求实数的取值范围.

21.（本小题满分15分）

已知椭圆：的长轴长为4，焦距为.

（Ⅰ）求椭圆的标准方程；

（Ⅱ）设直线：与椭圆交于，两个不同的点，且，为坐标原点，问：是否存在实数，使得恒成立？若存在，请求出实数，若不存在，请说明理由.

22.（本小题满分15分）

已知函数.

（Ⅰ）当时，求函数的单调区间；

（Ⅱ）当时，证明：函数有2个零点.

2020〜2021学年高三百校12月联考

数学参考答案

1.B 由题意可得，.故选B.

2.D 由题意可得，.故选D.

3.A 由本题三视图知，该阳马是底面为正方形的四棱锥，两个侧面是等腰直角三角形，另外两个侧面是直角三角形，.故选A.

4.C 可如图所示，数形结合可知，当直线经过点时，.故选C.



5.A 根据题意，函数为偶函数，图象关于轴对称，有两个零点为，排除B和C，同时利用二次函数和对数函数对图象在的趋势影响，可知答案选A.

6.B 由题意可得，若，则，故；反之，若，当其中有负数时，不成立.故选B.

7.A 根据题意，设双曲线的方程为，焦点，则，，.故选A.

8.D 根据题意，，，有对任意成立.因此数列单调递增且，，所以故.故选D.

9.B 当时，，∴不是函数的零点.当时，由，得，设，，则在上单调递减，且.

当时，等价于，令，，

得在上单调递减，在上单调递增，，.

因为有2个零点，所以.故选B.

10.C 最小角、最大角定理，与所成最小角为与平面所成的角，即，与平面所成最大角为二面角，在正四面体中，易得，，则.故选C.



11.  12.16 1 13.16  14. 

15.2 原式，令，有，则，因此，则原式，的最小值为2.

16. 令，，，设的坐标为，的轨迹为圆心在原点，半径为2的圆上.

设，的坐标为，的轨迹为圆心在原点，大圆半径为3，小圆半径为1的圆环上.表示与点的距离，由图可知，故的取值范围为.



17. 



令，，

∴在上单调递增.∵，，∴，

∴恒成立，只需.

令，，

∴当时，的最大值为，

∴，∴的最小值为.

18.解：（Ⅰ）由，利用正弦定理可得，

化为.

由余弦定理可得，，

所以.

（Ⅱ）在中由正弦定理得，又，

所以，，

故.

因为且，且，都是锐角，从而且，

故且，

所以，，

故周长的取值范围是.

19.解：（Ⅰ）因为，，

所以，所以.

取的中点，连接，，

所以，，

所以平面.

又平面，所以.

（Ⅱ）解法1（几何法）：

在中，根据余弦定理得，

所以.

又因为，所以，，

所以，即.

设点到平面的距离为，

与平面所成角为，

因为，即，

所以，

所以，

所以与平面所成角的正弦值为.

解法2（坐标法）：

在中，根据余弦定理得，

所以.

又因为，所以，，

所以，即.

又因为，，，平面，

所以平面.

如图，以为原点，分别以，，所在直线为轴、轴、轴建立空间直角坐标系，



则，，，，

，，.

设平面的法向量为，

则即令，则，，

所以.

设与平面所成角为，

，

所以与平面所成角的正弦值为.

20.解：（Ⅰ），∵，，∴，

∴，即，

∴，

而，∴，

∴数列是以1为首项，3为公比的等比数列，∴.

∵，

∴

.

（Ⅱ），

令，

则



，

∵对任意恒成立，

∴对任意恒成立，

∴只需即可.

，

令，则，在，即当时取到最小值，

∴.

21.解：（Ⅰ）由题意可知，，∴，

∴椭圆的标准方程为.

（Ⅱ）∵，故为直角三角形，设原点到直线的距离为，

由，

要求实数，使得恒成立，即.

设点，，联立方程

∴，

∴

.

∴，

∵，∴，

∴，，∴，∴.

22.解：（Ⅰ）当时，，则，

可得.

当时，可得，所以，

所以在单调递减；

当时，，所以，

所以在单调递增，所以，

所以在单调递增.

综上可得，在单调递减，在单调递增.

（Ⅱ）当时，，所以是的一个零点，

由，令，可得.

因为，

①当时，，在单调递增，

则，在单调递增，，

所以在无零点.

②当时，，有，所以在无零点.

③当时，，，在单调递增，

又，，所以存在唯一，使得.

当时，，在单调递减，

当时，，在单调递增，

又，，所以在有1个零点.

综上，当时，有2个零点.