**河南省实验中学2020——2021学年上期期中试卷**

**高三 理科数学**

**命题人：贾玉明 审题人：高放**

**（时间：120分钟，满分：150分）**

**一．选择题（本题共12小题，每题5分，共60分.每题只有一个选项是正确的）**

1．已知集合，，则　　

A． B． C． D．

2．复数，，且为纯虚数，则在复平面内对应的点位于　　

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

3．定义符号函数则函数的图象大致是　　

A． B．

C． D．

4．抛掷一枚质地均匀的骰子2次，则2次点数之和为6的概率为　　

A． B． C． D．

5．下列说法中正确的个数是　　

（1）若命题，，则，；

（2）命题“在中，，则”为真命题；

（3）设是公比为的等比数列，则“”是“为递增数列”的充分必要条件；

（4）中，若，则为真命题．

A．0 B．1 C．2 D．3

6．若，则　　

A． B． C．1 D．32

7．若变量，满足约束条件，则的最大值为　　

A．3 B．4 C．5 D．6

8．如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某四棱锥的三视图，则该四棱锥的外接球的表面积为　　

A． B． C． D．

9．设，，若是与的等比中项，则的最小值为　　

A． B．8 C．9 D．10

10．将函数的图象向左平移个单位长度后得到函数的图象，若使（a）（b）成立的、有，则下列直线中可以是函数图象的对称轴的是　　

A． B． C． D．

11．若，则　　

A． B．

C． D．

12．如图，在边长为2的正方形中，线段的端点，分别在边，上滑动，且．现将△，△分别沿，折起使点，重合，重合后记为点，得到三棱锥．则以下结论正确的个数为　　

①平面； ②的取值范围为；

③当，分别为，的中点时，三棱锥的外接球的表面积为；

④三棱锥体积的最大值为．

A．1 B．2 C．3 D．4

**二．填空题（本题共4小题，每小题5分，共20分）**

13．向量，满足，，且，则向量与的夹角的大小为　　．

14．函数，若（5），则　 　．

15．已知平面四边形由与等边拼接而成，其中，则平面四边形面积的最大值为　 　．

16．已知数列共16项，且，．记关于的函数，

．若是函数的极值点，且曲线在点，处

的切线的斜率为15．则满足条件的数列的个数为　 　．

**三、解答题（本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明，证明过程或验算步骤.）**

**17．（本小题满分12分）**在中，角，，的对边分别为，，，且．

（Ⅰ）求的值；

（Ⅱ）若的面积为，且，求的周长．

18．**（本小题满分12分）**各项均正的数列前项和为，是与的等差中项．

（Ⅰ）证明：为等差数列，并求；

（Ⅱ）设，数列的前项和为，求满足的最小正整数的值．

19．**（本小题满分12分）**四棱锥与直四棱柱组合而成的几何体中，四边形是菱形，，，，，交于，平面，为的中点．

（Ⅰ）证明：平面

（Ⅱ）动点在线段上（包括端点），若二面角

一一的余弦值为，求的长度．

20．**（本小题满分12分）**2019年，受非洲猪瘟影响，全国猪肉价格大幅上涨月份全国居民消费指数同比上涨，创七年新高，某学习调查小组为研究某市居民对猪肉市场的信心程度，对当地200名居民在未来一段时间内猪肉价格上涨幅度的心理预期值进行了一个抽样调查，得到如图所示的频率分布直方图：

（Ⅰ）求图中的值，并估算该市居民对猪肉价格上涨幅度的平均心理预期值；

（Ⅱ）将猪肉价格上涨幅度预期值在，和，的居民分别定义为对市场“信心十足型”和“信心不足型”，现采用分层抽样的方法从样本中位于这两个区间的居民中随机抽取6名，再从这6人中随机抽取3名进行跟踪调查，记表示这三人中“信心十足型”的人数，求的分布列、数学期望与方差．

21．**（本小题满分12分）**已知函数，．

（Ⅰ）当时，求的单调区间；

（Ⅱ）当时，有成立，求实数的取值范围．

**（二）选考题（共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做第一题计分）**

22．在直角坐标系中，曲线的参数方程为为参数），将曲线上各点纵坐标伸长到原来的2倍（横坐标不变），得到曲线，以坐标原点为极点，轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线的极坐标方程为．

（Ⅰ）写出的极坐标方程与直线的直角坐标方程；

（Ⅱ）曲线上是否存在不同的两点，（以上两点坐标均为极坐标，，，使点、到的距离都为3？若存在，求出的值；若不存在，请说明理由．

23．已知函数．

（Ⅰ）解不等式；

（Ⅱ）设函数的最小值为，已知正实数，，且，证明：．