**福建师大二附中2019—2020学年第一学期高三期中考**

**数 学 （理） 试 卷**

（满分：150分，完卷时间：120分钟）

|  |  |
| --- | --- |
| 命题人 | 高三集备组 |
| 审核人 | 林瑞菊 |

班级 姓名 座号

**第I卷（选择题）**

**一、选择题（本题共12道小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）**

1．已知集合，集合，求（ ）

A．  B．  C．  D． 

2．设，，，则（ ）

A．  B．  C．  D． 

3．平面向量与的夹角为．,,则等于（ ）

A．  B．  C． 4 D． 12

4．在△中，为边上的中线，为的中点，则（ ）

A．  B．  C．  D． 

5．函数的图象大致为（ ）

A． B． C． D．

6．一个四棱锥的三视图如图所示，那么对于这个四棱锥，下列说法中正确的是（ ）

A．最长棱的棱长为

B．最长棱的棱长为

C．侧面四个三角形中有且仅有一个是正三角形

D．侧面四个三角形都是直角三角形

7．函数的图象如图，则下列有关性质的描述正确的是（ ）
A．
B．为函数的对称轴
C．向左移后的函数为偶函数
D．函数的单调递减区间为

8．若函数是幂函数，且其图像过点，则函数的单调递增区间为（ ）

        

9．已知定义在上的函数满足对任意都有成立，且函数的图像关于直线对称，则（ ）

      

10．我国古代数学家秦九韶在《数书九章》中记述了“三斜求积术”，用现代式子表示即为：在中，角*A*，*B*，所对的边分别为，，，则的面积

．根据此公式，若，且

，则的面积为（ ）
A． B． C． D．

11．已知，，且都是锐角，则（ ）
A． B． C． D．

12．已知偶函数满足，且当时，，关于的不等式在区间上有且只有个整数解，则实数的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

**第II卷（非选择题）**

**二、填空题（本题共4道小题，每小题5分，共20分）**

13．已知复数满足，则等于\_\_\_\_\_\_．

14．已知函数，且，则曲线在处的切线方程为\_\_\_\_\_\_．

15．已知正三棱锥的底面边长为3，外接球的表面积为，则正三棱锥的体积为\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．已知函数，，则函数的最小值为\_\_\_\_\_．

**三、解答题（本题共6道小题, 共70分。解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。）**

17．（本小题满分10分）

已知函数．

（Ⅰ）求的最小正周期：

（Ⅱ）求在区间上最大值和最小值．

18．（本小题满分12分）

在平面四边形*ABCD*中， *AB*＝2，*BD*＝，*AB*⊥*BC*，∠*BCD*＝2∠*ABD*，

△*ABD*的面积为2．

(1)求*AD*的长；

(2)求△*CBD*的面积．

19．（本小题满分12分）

已知在多面体中，，，，，且平面平面．

（I）设点为线段的中点，试证明平面；

（II）若直线与平面所成的角为，

第19题图

求二面角的余弦值．

20．（本小题满分12分）

已知函数．

（1）若，求实数的值；

（2）设函数，若在上没有零点，求的取值范围．

21．（本小题满分12分）

如图，矩形*ABCD*是某小区户外活动空地的平面示意图，其中*AB*＝50 米，*AD*＝100米，现拟在直角三角形*OMN*内栽植草坪供儿童踢球娱乐（其中，点*O*为*AD*的中点，*OM*⊥*ON*，点*M*在*AB*上，点*N*在*CD*上），将破旧的道路*AM*重新铺设．已知草坪成本为每平方米20元，新道路*AM*成本为每米500元，设∠*OMA*＝*θ*，记草坪栽植与新道路铺设所需的总费用为*f*(*θ*)．

（1）求*f*(*θ*)关于*θ*函数关系式，并写出定义域；

（2）为节约投入成本，当tan*θ*为何值时，总费用 *f*(*θ*)最小？

22．（本小题满分12分）

已知函数，且．

（1）求；

（2）证明：存在唯一的极大值点，且．

答案：

1．B

2．D

3．B

4．A

5．A

6．D

7．C

8．A

9．D

10．A

11．A

12．D

【解析】

分析：由偶函数满足，可得函数周期为，利用导数研究函数的单调性，画出函数图象，在上有个周期，且有个整数解，每个周期内有个解， 由可得结果.

详解：



由，可知函数的对称轴为，

由于函数是偶函数，,

所以函数是周期为的周期函数，

当时，，

函数在上递增，在上递减，

最大值，且，

由选项可知，解得或，

根据单调性和周期性画出图象如图所示，由图可知，没有整数解，

根据函数偶函数，在上有个周期，且有个整数解，

也即每个周期内有个解，，

故，解得，故选D.

13．

14．

15．或

16．

17．（Ⅰ）因为 



，

故最小正周期为

（Ⅱ）因为，所以．

于是，当，即时，取得最大值；

当，即时，取得最小值．

18．(1)由已知＝AB·BD·sin∠ABD＝×2××*sin∠ABD*＝2，

可得*sin∠A*BD＝，又∠ABD∈，所以*cos∠ABD*＝，

在*△ABD*中，由余弦定理*AD2＝AB2＋BD2－2·AB·BD·cos∠ABD*，

可得*AD2*＝5，所以AD＝．

(2)由*AB⊥BC*，得*∠ABD＋∠CB*D＝，所以*sin∠CBD＝cos∠ABD*＝，

又*∠BCD＝2∠ABD*，所以*sin∠BCD＝2sin∠ABD·cos∠*ABD＝，

*∠BDC＝π－∠CBD－∠BCD＝*π－－2∠ABD＝－*∠ABD＝∠CBD*，

所以*△CB*D为等腰三角形，即*CB＝CD*，在*△CBD*中，由正弦定理，得CD，

所以．

19．

20．（1）因为，即：，所以

（2）由题意可知，，

函数在上没有零点等价于方程在上无实数解，

设，则，

∴在上单调递减，在上单调递增，

∴在上取得极小值，也是最小值，

∴，

∴．

21．（1）据题意，在Rt∆*OAM*中，*OA*＝50，∠*OMA*＝*θ*，所以*AM*＝，*OM*＝，据平面几何知识可知∠*DON*＝*θ*，在Rt∆*ODN*中，*OD*＝50，∠*DON*＝*θ*，所以*ON*＝，所以*f*(*θ*)＝＝＝ ，据题意，当点*M*与点*B*重合时，*θ*取最小值；当点*N*与点*C*重合时，*θ*取最大值，所以，所以*f*(*θ*)＝，其定义域为．

（2）由（1）可知，*f*(*θ*)＝，，＝＝＝，

令＝0，得，其中，列表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *θ* |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 极小值 |  |  |

所以当时，总费用 *f*(*θ*)取最小值，可节约投入成本．

22．（1）因为，，所以．

令，则，，

当时，，单调递减，但，时，，不合题意，

舍去．

当时，令，得．

当时，，单调递减；当时，，单调递增．

因为，若，则，故在上单递调递减，，

不合题意，舍去；

若，则，故在上单调递增，，不合题意，舍去；

若，则，则．综上，．

（2），，．

令，则，．令得，

当时，，单调递减；当时，，单调递增．

所以．

因为，，，，

所以在和上，即各有一个零点．

设在和上的零点分别为，因为在上单调递减，

所以当时，，单调增；当时，，单调

递减．因此，是的极大值点．

因为在上单调增，所以当时，，单调递减，当时，单调递增，因此是的极小值点．所以有唯一的极大值点．由前面的证明可知，，则．

因为，所以，

又，因为，所以

．因此，．即．