**烈面中学2019级高二上期中期考试**

**数学试题（文）**

 **一、选择题（共12小题，每小题5分）**

1. **若平面**$α//$**平面**$β$**，直线**$a//$**平面**$α$**，则直线*a*与平面**$β$**的关系为**$(    )$

**A.** $a//β$ **B.** $a⊂β$ **C.** $a//β$**或**$a⊂β$ **D. 相交**

1. **已知命题*P*：**$∃x\in R,x-2>0$**，命题**$q:∀x\in R,\sqrt{x}<x$**，则下列说法中正确的是**$($$)$

**A. 命题**$p∨q$**是假命题 B. 命题**$p∧q$**是真命题
C. 命题**$p∧(¬q)$**是真命题 D. 命题**$p∨(¬q)$**是假命题**

1. **圆**$x^{2}+y^{2}−4x=0$**在点**$P(1,\sqrt{3})$**处的切线方程为**$($$)$

**A.** $x+\sqrt{3}y−2=0$ **B.** $x+\sqrt{3}y−4=0$ **C.** $x−\sqrt{3}y+4=0$ **D.** $x−\sqrt{3}y+2=0$

1. **焦点在*x*轴上，长、短半轴长之和为10，焦距为**$4\sqrt{5}$**，则椭圆的标准方程为**$($$)$

**A.** $\frac{x^{2}}{6}+\frac{y^{2}}{4}=1$ **B.** $\frac{x^{2}}{16}+\frac{y^{2}}{36}=1$ **C.** $\frac{x^{2}}{36}+\frac{y^{2}}{16}=1$ **D.** $\frac{x^{2}}{49}+\frac{y^{2}}{9}=1$

1. **设*m*，*n*是两条不同的直线，**$α$**，**$β$**是两个不同的平面，则下列选项正确的是**$(    )$**．**

**A. 若**$m⊥n$**，**$n//α$**，则**$m⊥α$ **B. 若**$m⊥β$**，**$n⊥β$**，**$n⊥α$**，则**$m⊥α$ **C. 若**$m//β$**，**$β⊥α$**，则**$m⊥α$ **D. 若**$m⊥n$**，**$n⊥β$**，**$β⊥α$**，则**$m⊥α$

1. **以**$A(1,3)$**和**$B(−5,1)$**为端点，线段*AB*的中垂线方程是**$(    )$

**A.** $3x−y+8=0$ **B.** $3x+y+4=0$ **C.** $2x−y−6=0$ **D.** $3x+y+8=0$

1. **下列说法中，错误的是**$(    )$

**A.  若命题 ，则命题**$¬p:∃x\_{0}\in R,x\_{0}^{2}<0$ **B.  “**$sinx=\frac{1}{2}$**”是“**$x=\frac{5π}{6}$**”的必要不充分条件
C.  “若**$a+b\geq 4$**，则*a*、*b*中至少有一个不小于2”的逆否命题是真命题
D.**$∀x\in R$**，**$2^{x}>x^{2}$

1. **已知椭圆**$\frac{x^{2}}{41}+\frac{y^{2}}{25}=1$**的两个焦点为**$F\_{1}$**、**$F\_{2}$**，弦*AB*过点**$F\_{1}$**，则**$ΔABF\_{2}$**的周长为**$($$)$

**A.  10 B. 20 C.** $2\sqrt{41}$ **D.** $4\sqrt{41}$

1. **设*P*是圆**$(x−3)^{2}+(y+1)^{2}=1$**上的动点，则点*P*到直线**$y=x$**的距离的最大值为** $(    )$

**A.** $2\sqrt{2}+1$ **B.** $\sqrt{2}+1$ **C.** $\sqrt{10}+1$ **D.** $2\sqrt{2}−1$

1. **已知点**$P(x,y)$**在圆**$x^{2}+y^{2}-4x+3=0$**上运动，则**$\frac{y}{x+1}$**的最大值是**$(    )$

**A.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$

1. **在如图所示的四个正方体中，能得出**$AB⊥CD$**的是**$(    )$

**A. B.
C. D.**

1. **离心率为**$e=\frac{1}{2}$**且与椭圆**$\frac{x^{2}}{10}+\frac{y^{2}}{4}=1$**共焦点的椭圆方程为**$($$)$

**A.**$\frac{x^{2}}{12}+\frac{y^{2}}{6}=1$ **B.**$\frac{x^{2}}{24}+\frac{y^{2}}{18}=1$ **C.**$\frac{x^{2}}{24}+\frac{y^{2}}{12}=1$ **D.**$\frac{x^{2}}{12}+\frac{y^{2}}{9}=1$

**二、填空题（本大题共4小题，共20.0分）**

1. **命题“”的否定为                     ．**
2. **已知椭圆**$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{4}=1$**的一个焦点为**$(2,0)$**，则*C*的离心率为          ．**
3. **已知直线*l*：**$2x−y−2=0$**，点*P*是圆*C*：**$(x+1)^{2}+(y−1)^{2}=4$**上的动点，则点*P*到直线*l*的最大距离为\_\_\_\_\_\_．**
4. **已知*a*，*b*，*l*表示三条不同的直线，**$α$**，**$β$**，**$γ$**表示三个不同的平面，有下列四个命题：**

$①$**若**$α∩β=a$**，**$β∩γ=b$**，且**$a//b$**，则**$α//γ;$

$②$**若*a*，*b*相交，且都在**$α$**，**$β$**外，**$a//α$**，**$a//β$**，**$b//α$**，**$b//β$**，则**$α//β;$

$③$**若**$α⊥β$**，**$α∩β=a$**，**$b⊂β$**，**$a⊥b$**，则**$b⊥α;$

$④$**若**$a⊂α$**，**$b⊂α$**，**$l⊥a$**，**$l⊥b$**，**$l⊄α$**，则**$l⊥α$**．**

**其中正确命题的序号是\_\_\_\_**$.$

**三、解答题（本大题共6小题，共72.0分）**

1. **已知命题*p*：方程**$x^{2}+mx+1=0$**有两个不等的负实根，命题*q*：方程**$4x^{2}+4(m−2)x+1=0$**无实根．若*p*或*q*为真，*p*且*q*为假，求实数*m*的取值范围．**
2. **如图，在直三棱柱**$ABC−A\_{1}B\_{1}C\_{1}$**中，**$AB⊥BC$**，**$BB\_{1}=BC$**，**$B\_{1}C∩BC\_{1}=M$**，*N*为**$A\_{1}B$**的中点．** $($**Ⅰ**$)$**求证：直线**$MN//$**平面*ABC*；**

$($**Ⅱ**$)$**求证：**$BC\_{1}⊥A\_{1}$***C*.**

1. **在平面直角坐标系*xOy*中，已知**$△ABC$**三个顶点坐标为**$A(7,8)$**，**$B(10,4)$**，**$C(2,−4)$**．**$(1)$**求*BC*边上的中线所在直线的方程；**$(2)$**求*BC*边上的高所在直线的方程．**
2. **求椭圆**$4x^{2}+9y^{2}=36$**的长轴长和焦距、焦点坐标、顶点坐标和离心率．**
3. **如图，四棱锥**$P−ABCD$**中，底面*ABCD*为矩形，**$PA⊥$**平面*ABCD*，**$AB=AP=1$**，**$AD=\sqrt{3}$**，*E*为*PD*的中点．**$(1)$**证明：**$PB//$**平面*AEC*；**$(2)$**求直线*PD* 与平面*AEC*所成角的余弦值．**$(3)$**求二面角**$E−AC−D$**的余弦值．**$(4)$**求点*P*到平面*AEC*的距离．**

1. **在平面直角坐标系*xOy*中，圆*C*的圆心在直线**$x+y−3=0$**上，圆*C*经过点**$A(0,4)$**，且与直线**$3x−4y+16=0$**相切．**$(1)$**求圆*C*的方程；**$(2)$**设直线*l*交圆*C*于*P*，*Q*两点，若直线*AP*，*AQ*的斜率之积为2，求证：直线*l*过一个定点，并求出该定点坐标．**

**2019级高二上期中期考试答案和解析**

**数学（文科）**

1.【答案】*C*

【解析】

【分析】
本题考查线面、面面之间的位置关系，面面平行的性质，线面平行的判定与性质，属于基础题目．
设平面$α$为长方体的上底面，平面$β$为长方体的下底面，直线$a//$平面$α$，直线*a*可能与平面$β$平行，也可能在平面$β$内，所以$a//β$或$a⊂β$，故得结论．
【解答】
解：设平面$α$为长方体的上底面，平面$β$为长方体的下底面，
因为直线$a//$平面$α$，所以直线*a*可能与平面$β$平行，也可能在平面$β$内，
所以$a//β$或$a⊂β$．
故选*C*．
2.【答案】*C*

【解析】

【分析】
本题考查全称命题、特称命题的否定及真假判定，属于基础题．
根据题意直接判断*p*与*q*真假，即可求解．
【解答】
解：*P*：当$x>2$时，$x−2>0$成立，
所以$∃x\in R,x−2>0$，
故命题*P*为真，
命题*q*，当$x=\frac{1}{4}$时，$\sqrt{x}=\frac{1}{2}>x=\frac{1}{4}$，
故为假命题，$¬q$为真命题，
所以命题$p∧(¬q)$是真命题，
故选*C*．
3.【答案】*D*

【解析】

【分析】
本题主要考查圆的切线方程，直线的斜率，两条直线的垂直的应用．
根据已知条件求出切线方程的斜率，进而求出切线方程．
【解析】
解：圆的标准方程为$\left(x−2\right)^{2}+y^{2}=4$，
 所以圆的圆心*O*为$\left(2, 0\right)$，半径为2，
由于点$P\left(1, \sqrt{3}\right)$在圆上，
所以$k\_{OP}=\frac{\sqrt{3}−0}{1−2}=−\sqrt{3}$，
 故切线方程斜率$k=\frac{\sqrt{3}}{3}$，
 又点$P\left(1, \sqrt{3}\right)$在切线上，
所以切线方程为$x−\sqrt{3}y+2=0$．
 故选*D*．
4.【答案】*C*

【解析】

【分析】
本题考查椭圆的方程的求法，注意运用待定系数法，解方程的思想，考查运算能力，属于基础题．
设椭圆方程为$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$，由题意可得$a+b=10$，$2c=4\sqrt{5}$，$a^{2}−b^{2}=c^{2}$，解方程可得*a*，*b*，即可得到椭圆方程．
【解答】
解：设椭圆方程为$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$，
由题意可得$a+b=10$，$2c=4\sqrt{5}$，
$a^{2}−b^{2}=c^{2}$，
解方程可得$a=6$，$b=4$，
即有椭圆方程为$\frac{x^{2}}{36}+\frac{y^{2}}{16}=1$．
故选*C*．
5.【答案】*B*

【解析】

【分析】
本题考查了线面平行、线面垂直、面面垂直的判定定理和性质定理，关键是要考虑线面关系的所有可能情况，属于基础题．
根据空间中线面和面面关系逐项判断即可．
【解答】
解：$A.$若$m⊥n$，$n//α$，则*m*与$α$可能平行，相交也可能在平面$α$内，故*A*错误；
*B*.若$m⊥β$，$n⊥β$根据线面垂直的性质可知$m//n$，又$n⊥α$，根据线面垂直的性质得到$m⊥α$，故*B*正确；
*C*.若$m//β$，$β⊥α$，则*m*与$α$可能平行，故*C*错误；
*D*.若$m⊥n$，$n⊥β$，$β⊥α$，则*m*与$α$可能平行或者相交，故*D*错误．
故选*B*．
6.【答案】*B*

【解析】

【分析】
本题考查利用点斜式求直线的方程的方法，两条直线垂直的判定，此外，本题还可以利用线段的中垂线的性质$($中垂线上的点到线段的2个端点距离相等$)$来求中垂线的方程．先求出线段*AB*的中垂线的斜率，再求出线段*AB*的中点的坐标，点斜式写出*AB*的中垂线得方程，并化为一般式．
【解答】
解：直线*AB*的斜率$k\_{AB}=\frac{1}{3}$，所以线段*AB*的中垂线得斜率$k=−3$，又线段*AB*的中点为$(−2,2)$，
所以线段*AB*的中垂线得方程为$y−2=−3(x+2)$即$3x+y+4=0$，
故选*B*．
7.【答案】*D*

【解析】

【分析】
本题主要考查了命题的否定，必要不充分条件，逆否命题，正弦型函数的对称性，属于中档题．
根据命题的否定，必要不充分条件，逆否命题，正弦型函数的对称性，结合选项逐一分析即可．
【解答】
解：对于*A*，若命题*p*：$∀x\in R$，$x^{2}⩾0$，则命题$¬p$：$∃x\_{0}\in R$，$x\_{0}^{2}<0$正确；
对于*B*，推不出$x=\frac{5π}{6}$，而$x=\frac{5π}{6}$能推出，所以是$x=\frac{5π}{6}$的必要不充分条件正确；
对于*C*，“若$a+b⩾4$，则*a*，*b*中至少有一个不小于2”的逆否命题是真命题正确，因为命题与其逆否命题同真假，
而若$a+b⩾4$，则*a*，*b*中至少有一个不小于2正确，故其逆否命题正确；
对于*D*，当$x=2$时不等式显然不成立，所以不正确．
故选*D*．
8.【答案】*D*

【解析】解：$∵$椭圆$\frac{x^{2}}{41}+\frac{y^{2}}{25}=1$的两个焦点为$F\_{1}$，$F\_{2}$，弦*AB*过点$F\_{1}$，$a=\sqrt{41}$，
$∴|AB|+|BF\_{2}|+|AF\_{2}|=|AF\_{1}|+|BF\_{1}|+|BF\_{2}|+|AF\_{2}|$
$=(|AF\_{1}|+|AF\_{2}|)+(|BF\_{1}|+|BF\_{2}|)=4a=4\sqrt{41}$．
故选：*D*．
根据：$∵$椭圆$\frac{x^{2}}{41}+\frac{y^{2}}{25}=1$，得出$a=\sqrt{41}$，运用定义整体求解$△ABF\_{2}$的周长为4*a*，即可求解．
本题考查了椭圆的方程，定义，整体求解的思想方法，属于基础题．
9.【答案】*A*

【解析】

【分析】本题考查与圆有关的最值问题，考查推理能力和计算能力，属于基础题．
利用点*P*到直线$y=x$的距离的最大值是圆心到直线$y=x$的距离与半径的和即可求解．

【解答】解：依题意可知，圆$(x−3)^{2}+(y+1)^{2}=1$的圆心为$(3,−1)$，半径为1，
且圆心到直线$y=x$的距离为$\frac{|3+1|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$，
故点*P*到直线$y=x$的距离的最大值是$2\sqrt{2}+1$．
故选*A*．
10.【答案】*A*

【解析】

【分析】
本题主要考查直线和圆的位置关系以及代数式最值的求解．
$\frac{y}{x+1}$表示点$P(x,y)$与点$M(−1,0)$连线的斜率$.$过$M(−1,0)$作圆的切线，可知当$kx−y+k=0$与圆相切时，*k*取得最值，由此求出最大值．
【解答】
解：设$\frac{y}{x+1}=\frac{y−0}{x−(−1)}=k$，则*k*表示点$P(x,y)$与点$M(−1,0)$连线的斜率．
把圆的方程$x^{2}+y^{2}−4x+3=0$化为标准方程得$(x−2)^{2}+y^{2}=1$，
故圆心坐标为$(2,0)$，半径$r=1$，
可知当直线$kx−y+k=0$与圆相切时，*k*取得最值．
由$\frac{|2k+k|}{\sqrt{k^{2}+1}}=1$，解得$k=\pm \frac{\sqrt{2}}{4}$，则$\frac{y}{x+1}$的最大值是$\frac{\sqrt{2}}{4}$，
故选*A*．
11.【答案】*A*

【解析】

【分析】
本题考查空间中异面直线间的位置关系，考查线面垂直的判定和性质，属于中档题．
对于$A:$作出过*AB*的对角面，可得直线*CD*与这个对角面垂直，由线面垂直的性质可得$;$
对于$B:$可得*CD*与*AB*所成角等于$60°$；
对于*C*、*D*，可得*AB*、*CD*所成角都是锐角．
【解答】
解：对于*A*，作出过*AB*的对角面如图，

可得直线*CD*与这个对角面垂直，根据线面垂直的性质，$AB⊥CD$成立；
对于*B*，作出过*AB*的等边三角形截面如图，

将*CD*平移至内侧面，可得*CD*与*AB*所成角等于$60°$；
对于*C*，*D*，将*CD*平移至经过*B*点的侧棱处，可得*AB*，*CD*所成角都是锐角．
故选*A*．
12.【答案】*B*

【解析】

【分析】
本题考查椭圆的方程和性质，考查离心率公式的运用，考查运算能力，属于基础题．
求出椭圆的焦点坐标，即得椭圆的$c=\sqrt{6}$，再由椭圆的*a*，*b*，*c*的关系和离心率公式，计算即可得到*a*，*b*，进而得到椭圆方程．
【解答】
解：椭圆$\frac{x^{2}}{10}+\frac{y^{2}}{4}=1$中，$a^{2}=10$，$b^{2}=4$，$c^{2}=6$
所以该椭圆的焦点坐标为$(\pm \sqrt{6},0)$，
则双曲线的$c=\sqrt{6}$，可设共焦点的椭圆方程为$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$，
则$a^{2}−b^{2}=6$，
离心率$e=\frac{1}{2}$，即为$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，即有$a=2\sqrt{6}$，$b=3\sqrt{2}$．
即有椭圆方程为$\frac{x^{2}}{24}+\frac{y^{2}}{18}=1$  ．
故选*B*．
13.【答案】

【解析】

【分析】
本题考查特称命题的否定，属于基础题$.$根据特称命题的否定是全称命题，即可得出结果．
【解答】
解：由特称命题的否定是全称命题知，
命题：“”的否定为，
故答案为
14.【答案】$\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】
本题考查椭圆的简单性质的应用，考查计算能力，属于基础题．
利用椭圆的焦点坐标，求出$a^{2}$，然后求解椭圆的离心率即可．
【解答】
解：椭圆*C*：$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{4}=1$的一个焦点为$(2,0)$，
可得$a^{2}−4=4$，解得$a^{2}=8$，
$∵c=2$，$c^{2}=4$
$∴e=\sqrt{\frac{c^{2}}{a^{2}}}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$．
故答案为$\frac{\sqrt{2}}{2}$．
15.【答案】$\sqrt{5}+2$

【解析】

【分析】
本题考查直线与圆的位置关系，涉及点到直线的距离公式，属于基础题．
根据题意，求出圆的圆心坐标和半径，由点到直线的距离公式求出圆心到直线的距离，由直线与圆的位置关系分析可得答案．
【解答】
解：根据题意，圆*C*：$(x+1)^{2}+(y−1)^{2}=4$的圆心为$(−1,1)$，半径$r=2$，
则圆心*C*到直线*l*的距离$d=\frac{|2×(−1)−1−2|}{\sqrt{4+1}}=\sqrt{5}$，
则点*P*到直线*l*的最大距离为$d+r=\sqrt{5}+2$；
故答案为$\sqrt{5}+2$．
16.【答案】$②③$

【解析】

【分析】
本题主要考查直线与直线，直线与平面，平面与平面的位置关系．
对每个选项，分别判断，即可得．
【解答】
解： 若平面$α$，$β$，$γ$两两相交，且交于三条直线，则交线平行，故$①$不正确．
因为*a*，*b*相交，设其确定的平面为$γ$，根据$a//α$，$b//α$，可得$γ//α.$同理可得$γ//β$，因此$α//β$，$②$正确$.$由面面垂直的性质定理知$③$正确．
当$a//b$时，*l*垂直于平面$α$内两条不相交的直线，不能得出$l⊥α$，$④$错误．
故答案为$②③$．
17.【答案】解：若方程$x^{2}+mx+1=0$有两不等的负根，
则$\left\{\begin{matrix}m>0\\△=m^{2}−4>0\end{matrix}\right.,$
解得$m>2$
即命题*p*：$m>2$，
若方程$4x^{2}+4(m−2)x+1=0$无实根，
则$Δ=16(m−2)^{2}−16=16(m^{2}−4m+3)<0$
解得：$1<m<3.$即命题*q*：$1<m<3$．
由题意知，命题*p*、*q*一真一假，
即命题*p*为真，命题*q*为假或命题*p*为假，命题*q*为真．
$∴\left\{\begin{matrix}m>2\\m\leq 1或m\geq 3\end{matrix}\right.$或$\left\{\begin{matrix}m\leq 2\\1<m<3\end{matrix}\right.$，
解得：$m\geq 3$或$1<m\leq 2$．
综上：![m∈(1,2]∪[3,+{\rm ∞})]()．

【解析】本题主要考查复合命题真假之间的关系以及应用，根据条件求出命题*p*，*q*的等价条件是解决本题的关键，属于基础题．
根据条件分别求出命题*p*，*q*的等价条件，结合复合命题之间的关系进行求解即可．
18.【答案】证明$($Ⅰ$)$因为直三棱柱$ABC−A\_{1}B\_{1}C\_{1}$，


则四边形$BB\_{1}C\_{1}C$和$AA\_{1}C\_{1}C$为平行四边形，即$AC//A\_{1}C\_{1}$．

平行四边形$BB\_{1}C\_{1}C$中，$BC\_{1}∩B\_{1}C=M$，则*M*为$BC\_{1}$的中点，

又*N*为$A\_{1}B$的中点，所以*MN*为$△A\_{1}BC\_{1}$的中位线，

故$MN//A\_{1}C\_{1}$，

又$A\_{1}C\_{1}//AC$，所以$MN//AC$，

由$MN⊄$平面*ABC*，$AC⊂$平面*ABC*，

所以$MN//$平面*ABC*．

$($Ⅱ$)$在直三棱柱$ABC−A\_{1}B\_{1}C\_{1}$中，所以$BB\_{1}⊥$平面$A\_{1}B\_{1}C\_{1}$．

又$BB\_{1}⊂$平面$B\_{1}BCC\_{1}$，所以平面$B\_{1}BCC\_{1}⊥$平面$A\_{1}B\_{1}C\_{1}$，

又因为$AB⊥BC$，所以$A\_{1}B\_{1}⊥B\_{1}C\_{1}$．

由$A\_{1}B\_{1}⊂$平面$A\_{1}B\_{1}C\_{1}$，$B\_{1}C\_{1}$为平面$A\_{1}B\_{1}C\_{1}$和平面$BCC\_{1}B\_{1}$的交线．

所以$A\_{1}B\_{1}⊥$平面$B\_{1}BCC\_{1}$．

又$BC\_{1}⊂$平面$B\_{1}BCC\_{1}$，

所以$A\_{1}B\_{1}⊥BC\_{1}$．

又因为$BB\_{1}=BC$，则平行四边形$B\_{1}BCC\_{1}$为菱形，

故*B*$ \_{1}C⊥BC\_{1}$．

又$A\_{1}B\_{1}∩B\_{1}C=B\_{1}$，$A\_{1}B\_{1}$，$B\_{1}C⊂$平面$A\_{1}B\_{1}$*C*.

所以$BC\_{1}⊥$平面$A\_{1}B\_{1}C$，

又$A\_{1}C⊂$平面$A\_{1}B\_{1}C$，

所以$BC\_{1}⊥A\_{1}$*C*.

【解析】本题考查了线面平行的判定以及线面垂直的性质，是一般题．
$($Ⅰ$)$利用直线与平面平行的判定定理求证即可；
$($Ⅱ$)$利用直线与平面垂直的性质定理求证即可．
19.【答案】解：$(1)$由$B(10,4)$，$C(2,−4)$，得*BC*中点*D*的坐标为$(6,0)$，
所以直线*AD*的斜率为$k=\frac{8−0}{7−6}=8$，
所以*BC*边上的中线*AD*所在直线的方程为$y−0=8(x−6)$，
即$8x−y−48=0;$
$(2)$由$B(10,4)$，$C(2,−4)$，得*BC*所在直线的斜率为$k=\frac{4−(−4)}{10−2}=1$，
所以*BC*边上的高*AH*所在直线的斜率为$−1$，
所以*BC*边上的高*AH*所在直线的方程为$y−8=−1(x−7)$，
即$x+y−15=0.$

【解析】本题考查直线方程的求解及两直线垂直的条件，同时考查中点坐标公式，属于较易题．
$(1)$求出*BC*中点*D*的坐标，直线*AD*的斜率，即可求*BC*边上的中线所在直线的方程；
$(2)$求出*BC*边上的高*AH*所在直线的斜率，即可求*BC*边上的高*AH*所在直线的方程．
20.【答案】解：将椭圆方程变形为$\frac{x^{2}}{9}+\frac{y^{2}}{4}=1$，

所以$a=3$，$b=2$，
所以$c=\sqrt{a^{2}−b^{2}}=\sqrt{9−4}=\sqrt{5}$．

所以椭圆的长轴长和焦距分别为$2a=6$，$2c=2\sqrt{5}$，
焦点坐标为*F*1$(−\sqrt{5},0)$，*F*2$(\sqrt{5},0)$，

顶点坐标为*A*1$(−3,0)$，*A*2$(3,0)$，*B*1$(0,−2)$，*B*2$(0,2)$，
所以离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$．

【解析】

【分析】本题主要考查了椭圆的几何性质，属于基础题$.$将椭圆方程变形为$\frac{x^{2}}{9}+\frac{y^{2}}{4}=1$，
得出*a*，*b*，求出*c*，进而得出结果．
21.【答案】$(1)$证明：连结*BD*交*AC*与点*O*，连结*EO*，
$∵$底面*ABCD*为矩形$∴O$为*BD*的中点，
又$∵E$为*PD*的中点$∴OE$为$△PBD$的中位线，
则$OE//PB$，
又$OE⊂$平面*AEC*，$PB⊄$平面*AEC*，
$∴PB//$平面*AEC*；
$(2)$解：$∵PB//$平面*AEC*，
$∴P$到平面*AEC*与*B*到平面*AEC*的距离相等，
$∴V\_{P−AEC}=V\_{B−AEC}=V\_{E−ABC}$，
又$S\_{△ABC}=\frac{1}{2}×1×\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，且*E*到平面*ABC*的距离为$\frac{1}{2}PA=\frac{1}{2}$，
$AC=2$，$EC=\sqrt{CD^{2}+ED^{2}}=\sqrt{2}$，$AE=\frac{1}{2}PD=1$，
$∴$由海伦公式可得$S\_{△AEC}=\sqrt{\frac{1+\sqrt{2}+2}{2}(\frac{1+\sqrt{2}+2}{2}−1)(\frac{1+\sqrt{2}+2}{2}−\sqrt{2})(\frac{1+\sqrt{2}+2}{2}−2)}=\frac{\sqrt{7}}{4}$，
设*P*到平面*AEC*的距离为*h*，
则$\frac{1}{3}×\frac{\sqrt{7}}{4}×h=\frac{1}{3}×\frac{\sqrt{3}}{2}×\frac{1}{2}$，可得$h=\frac{\sqrt{21}}{7}$，
$∴P$到平面*AEC*的距离为$\frac{\sqrt{21}}{7}$，又$AE=1$，
设直线*PD* 与平面*AEC*所成角为$α$，
则$sinα=\frac{h}{PE}=\frac{\frac{\sqrt{21}}{7}}{1}=\frac{\sqrt{21}}{7},∴cosα=\frac{2\sqrt{7}}{7}$
$(3)$解：过*E*坐$EM⊥AD$垂足为*M*，过*M*作$MN⊥AC$，垂足为*N*，连接*EN*．
易证$∠MNE$为二面角$E−AC−D$的平面角．
$△ACD$的边*AC*上的高为$\frac{1×\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$∴MN=\frac{\sqrt{3}}{4}$，
$∵EM=\frac{1}{2}$，$EN=\sqrt{MN^{2}+EM^{2}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$，
$∴cos∠MNE=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{7}}{4}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$，
所以二面角$E−AC−D$的余弦值为$\frac{\sqrt{21}}{7}$．
$(4)$由$(2)$可知*P*到平面*AEC*的距离为$\frac{\sqrt{21}}{7}$．

【解析】本题考查线面平行的判定定理，中位线定理，点到面的距离，海伦公式，勾股定理，二面角等知识，等体积的相互转化是解决本题的关键，注意解题方法的积累，属于中档题．
$(1)$连结*BD*交*AC*与点*O*，连结*EO*，通过中位线定理及线面平行的判定定理可得结论；
$(2)$通过等体积转化，利用三角形的面积公式计算，先计算出点*P*到平面*AEC*的距离*h*，再求出正弦值，再求余弦值即得结论；
$(3)$过*E*坐$EM⊥AD$垂足为*M*，过*M*作$MN⊥AC$，垂足为*N*，连接$EN.$则$∠MNE$为二面角$E−AC−D$的平面角，在$Rt△MNE$中计算即可．
$(4)$由$(2)$可知*P*到平面*AEC*的距离．
22.【答案】解：$(1)$因为圆心*C*在直线$x+y−3=0$上，所以设$C(a,3−a)$，
因为圆*C*经过点$A(0,4)$，所以圆*C*的半径$r=AC=\sqrt{a^{2}+(a+1)^{2}}$，
因为圆*C*和直线$3x−4y+16=0$相切，
所以圆*C*的半径$r=\frac{|3a−4(3−a)+16|}{\sqrt{3  ^{2}+(−4)  ^{2}}}$，
所以$\sqrt{a^{2}+(a+1)^{2}}=\frac{|3a−4(3−a)+16|}{\sqrt{3  ^{2}+(−4)  ^{2}}}$．
化简，得$a^{2}−6a+9=0$，解得$a=3$．
所以$C(3,0)$，半径$r=5$．
所以圆*C*的方程为$(x−3)^{2}+y^{2}=25.$
$(2)$若直线*l*的斜率不存在，则可设$P\left(x\_{0},y\_{0}\right)$，$Q\left(x\_{0},−y\_{0}\right)$，$x\_{0}\ne 0$，
所以$(x\_{0}−3)^{2}+y\_{0}^{2}=25$，$k\_{AP}⋅k\_{AQ}=\frac{y\_{0}−4}{x\_{0}}⋅\frac{−y\_{0}−4}{x\_{0}}=\frac{16−y\_{0}^{2}}{x\_{0}^{2}}=2$，
消去$y\_{0}$得$x\_{0}=−6$，再代入$(x\_{0}−3)^{2}+y\_{0}^{2}=25$，$y\_{0}$不存在，
所以直线*l*的斜率存在；
设直线*l*的方程$y=kx+t(t\ne 4)$，$P\left(x\_{1},kx\_{1}+t\right)$，$Q\left(x\_{2},kx\_{2}+t\right)$，
所以$k\_{AP}⋅k\_{AQ}=\frac{kx\_{1}+t−4}{x\_{1}}⋅\frac{kx\_{2}+t−4}{x\_{2}}=2$，
整理得，$\left(k^{2}−2\right)x\_{1}x\_{2}+k\left(t−4\right)\left(x\_{1}+x\_{2}\right)+\left(t−4\right)^{2}=0$  $①$
直线方程与圆*C*方程联立，$\left\{\begin{matrix}&y=kx+t,\\&\left(x−3\right)^{2}+y^{2}=25,\end{matrix}\right.$
消去*y*得$\left(k^{2}+1\right)x^{2}+\left(2kt−6\right)x+t^{2}−16=0$，
所以$x\_{1}+x\_{2}=−\frac{2kt−6}{k^{2}+1}$，$x\_{1}x\_{2}=\frac{t^{2}−16}{k^{2}+1}$代入$①$，
得$\left(k^{2}−2\right)\left(t^{2}−16\right)−k\left(t−4\right)\left(2kt−6\right)+\left(t−4\right)^{2}\left(k^{2}+1\right)=0$，
由于$t\ne 4$，整理得$6k−t−12=0$，即$t=6k−12$，
所以直线*l*的方程为$y=kx+6k−12$，即$y=k\left(x+6\right)−12$，
令$\left\{\begin{matrix}&x+6=0,\\&y=−12,\end{matrix}\right.$解得$\left\{\begin{matrix}&x=−6,\\&y=−12,\end{matrix}\right.$
所以直线*l*过一个定点，该定点坐标为$(−6,−12)$．

【解析】本题考查直线和圆的方程的应用，直线的斜率及点到直线的距离公式，直线过定点问题，考查分类讨论的数学思想，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．
$(1)$由题意，设$C(a,3−a)$，则圆*C*的半径$r=AC=\sqrt{a^{2}+(a+1)^{2}}$，又圆*C*和直线$3x−4y+16=0$相切，则利用点到直线的距离公式，可求出*r*，从而可得关于*a*的方程，求出*a*，进而可得圆*C*的方程；
$(2)$若直线*l*的斜率不存在，则可设$P\left(x\_{0},y\_{0}\right)$，$Q\left(x\_{0},−y\_{0}\right)$，$x\_{0}\ne 0$，由直线*AP*，*AQ*的斜率之积为2，可推出$y\_{0}$不存在，故直线*l*的斜率存在，设直线*l*的方程$y=kx+t(t\ne 4)$，$P\left(x\_{1},kx\_{1}+t\right)$，$Q\left(x\_{2},kx\_{2}+t\right)$，与圆的方程联立，可推导出$t=6k−12$，进而可得出直线*l*过一个定点，该定点坐标为$(−6,−12)$．