**烈面中学2019级高二上期中期考试**

**数学试题（文）**

**一、选择题（共12小题，每小题5分）**

1. **若平面平面，直线平面，则直线*a*与平面的关系为**

**A. B. C. 或 D. 相交**

1. **已知命题*P*：，命题，则下列说法中正确的是**

**A. 命题是假命题 B. 命题是真命题  
C. 命题是真命题 D. 命题是假命题**

1. **圆在点处的切线方程为**

**A. B.   
C. D.**

1. **焦点在*x*轴上，长、短半轴长之和为10，焦距为，则椭圆的标准方程为**

**A. B. C. D.**

1. **设*m*，*n*是两条不同的直线，，是两个不同的平面，则下列选项正确的是．**

**A. 若，，则  
B. 若，，，则  
C. 若，，则  
D. 若，，，则**

1. **以和为端点，线段*AB*的中垂线方程是**

**A. B. C. D.**

1. **下列说法中，错误的是**

**A.  若命题 ，则命题   
B.  “ ”是“ ”的必要不充分条件  
C.  “若 ，则*a*、*b*中至少有一个不小于2”的逆否命题是真命题  
D.  ，**

1. **已知椭圆的两个焦点为、，弦*AB*过点，则的周长为**

**A.  10 B. 20 C. D.**

1. **设*P*是圆上的动点，则点*P*到直线的距离的最大值为**

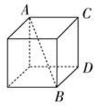
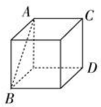
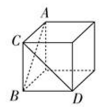
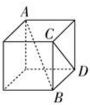
**A. B. C. D.**

1. **已知点在圆上运动，则的最大值是**

**A. B. C. D.**

1. **在如图所示的四个正方体中，能得出的是**

**A. B.   
C. D.**



1. **离心率为且与椭圆共焦点的椭圆方程为**

**A.     B.     
C.    D.**

**二、填空题（本大题共4小题，共20.0分）**

1. **命题“{\rm ∃}{x}_{0}∈\boldsymbol{\rm R},x_{0}^{2}+{x}_{0}+1 < 0”的否定为                     ．**
2. **已知椭圆的一个焦点为，则*C*的离心率为          ．**
3. **已知直线*l*：，点*P*是圆*C*：上的动点，则点*P*到直线*l*的最大距离为\_\_\_\_\_\_．**
4. **已知*a*，*b*，*l*表示三条不同的直线，，，表示三个不同的平面，有下列四个命题：**

**若，，且，则**

**若*a*，*b*相交，且都在，外，，，，，则**

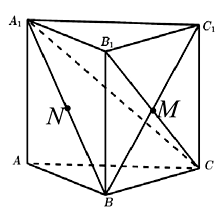
**若，，，，则**

**若，，，，，则．**

**其中正确命题的序号是\_\_\_\_**

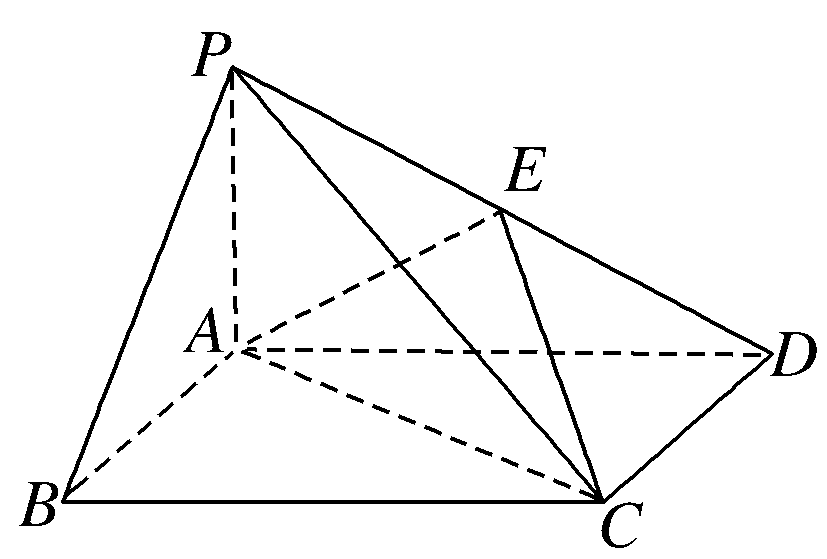
**三、解答题（本大题共6小题，共72.0分）**

1. **已知命题*p*：方程有两个不等的负实根，命题*q*：方程无实根．若*p*或*q*为真，*p*且*q*为假，求实数*m*的取值范围．**
2. **如图，在直三棱柱中，，，，*N*为的中点．  
    Ⅰ求证：直线平面*ABC*；**



**Ⅱ求证：*C*.**

1. **在平面直角坐标系*xOy*中，已知三个顶点坐标为，，．  
   求*BC*边上的中线所在直线的方程；  
   求*BC*边上的高所在直线的方程．**
2. **求椭圆的长轴长和焦距、焦点坐标、顶点坐标和离心率．**
3. **如图，四棱锥中，底面*ABCD*为矩形，平面*ABCD*，，，*E*为*PD*的中点．  
   证明：平面*AEC*；  
   求直线*PD* 与平面*AEC*所成角的余弦值．  
   求二面角的余弦值．  
   求点*P*到平面*AEC*的距离．**



1. **在平面直角坐标系*xOy*中，圆*C*的圆心在直线上，圆*C*经过点，且与直线相切．  
   求圆*C*的方程；  
   设直线*l*交圆*C*于*P*，*Q*两点，若直线*AP*，*AQ*的斜率之积为2，求证：直线*l*过一个定点，并求出该定点坐标．**

**2019级高二上期中期考试答案和解析**

**数学（文科）**

1.【答案】*C*

【解析】

【分析】  
本题考查线面、面面之间的位置关系，面面平行的性质，线面平行的判定与性质，属于基础题目．  
设平面为长方体的上底面，平面为长方体的下底面，直线平面，直线*a*可能与平面平行，也可能在平面内，所以或，故得结论．  
【解答】  
解：设平面为长方体的上底面，平面为长方体的下底面，  
因为直线平面，所以直线*a*可能与平面平行，也可能在平面内，  
所以或．  
故选*C*．  
2.【答案】*C*

【解析】

【分析】  
本题考查全称命题、特称命题的否定及真假判定，属于基础题．  
根据题意直接判断*p*与*q*真假，即可求解．  
【解答】  
解：*P*：当时，成立，  
所以，  
故命题*P*为真，  
命题*q*，当时，，  
故为假命题，为真命题，  
所以命题是真命题，   
故选*C*．  
3.【答案】*D*

【解析】

【分析】  
本题主要考查圆的切线方程，直线的斜率，两条直线的垂直的应用．  
根据已知条件求出切线方程的斜率，进而求出切线方程．  
【解析】  
解：圆的标准方程为，  
 所以圆的圆心*O*为，半径为2，  
由于点在圆上，  
所以，  
 故切线方程斜率，  
 又点在切线上，  
所以切线方程为．  
 故选*D*．  
4.【答案】*C*

【解析】

【分析】  
本题考查椭圆的方程的求法，注意运用待定系数法，解方程的思想，考查运算能力，属于基础题．  
设椭圆方程为，由题意可得，，，解方程可得*a*，*b*，即可得到椭圆方程．  
【解答】  
解：设椭圆方程为，  
由题意可得，，  
，  
解方程可得，，  
即有椭圆方程为．  
故选*C*．  
5.【答案】*B*



【解析】

【分析】  
本题考查了线面平行、线面垂直、面面垂直的判定定理和性质定理，关键是要考虑线面关系的所有可能情况，属于基础题．  
根据空间中线面和面面关系逐项判断即可．  
【解答】  
解：若，，则*m*与可能平行，相交也可能在平面内，故*A*错误；  
*B*.若，根据线面垂直的性质可知，又，根据线面垂直的性质得到，故*B*正确；  
*C*.若，，则*m*与可能平行，故*C*错误；  
*D*.若，，，则*m*与可能平行或者相交，故*D*错误．  
故选*B*．  
6.【答案】*B*

【解析】

【分析】  
本题考查利用点斜式求直线的方程的方法，两条直线垂直的判定，此外，本题还可以利用线段的中垂线的性质中垂线上的点到线段的2个端点距离相等来求中垂线的方程．先求出线段*AB*的中垂线的斜率，再求出线段*AB*的中点的坐标，点斜式写出*AB*的中垂线得方程，并化为一般式．  
【解答】  
解：直线*AB*的斜率，所以线段*AB*的中垂线得斜率，又线段*AB*的中点为，  
所以线段*AB*的中垂线得方程为即，  
故选*B*．  
7.【答案】*D*

【解析】

【分析】  
本题主要考查了命题的否定，必要不充分条件，逆否命题，正弦型函数的对称性，属于中档题．  
根据命题的否定，必要不充分条件，逆否命题，正弦型函数的对称性，结合选项逐一分析即可．  
【解答】  
解：对于*A*，若命题*p*：，，则命题：，正确；  
对于*B*，{\rm \sin}\;x= \dfrac{1}{2}推不出，而能推出{\rm \sin}\;x= \dfrac{1}{2}，所以{\rm \sin}\;x= \dfrac{1}{2}是的必要不充分条件正确；  
对于*C*，“若，则*a*，*b*中至少有一个不小于2”的逆否命题是真命题正确，因为命题与其逆否命题同真假，  
而若，则*a*，*b*中至少有一个不小于2正确，故其逆否命题正确；  
对于*D*，当时不等式显然不成立，所以不正确．  
故选*D*．  
8.【答案】*D*

【解析】解：椭圆的两个焦点为，，弦*AB*过点，，  
  
．  
故选：*D*．  
根据：椭圆，得出，运用定义整体求解的周长为4*a*，即可求解．  
本题考查了椭圆的方程，定义，整体求解的思想方法，属于基础题．  
9.【答案】*A*

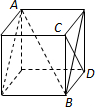
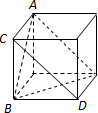
【解析】

【分析】本题考查与圆有关的最值问题，考查推理能力和计算能力，属于基础题．  
利用点*P*到直线的距离的最大值是圆心到直线的距离与半径的和即可求解．  
  
【解答】解：依题意可知，圆的圆心为，半径为1，  
且圆心到直线的距离为，  
故点*P*到直线的距离的最大值是．  
故选*A*．  
10.【答案】*A*

【解析】

【分析】  
本题主要考查直线和圆的位置关系以及代数式最值的求解．  
表示点与点连线的斜率过作圆的切线，可知当与圆相切时，*k*取得最值，由此求出最大值．  
【解答】  
解：设，则*k*表示点与点连线的斜率．  
把圆的方程化为标准方程得，  
故圆心坐标为，半径，  
可知当直线与圆相切时，*k*取得最值．  
由，解得，则的最大值是，  
故选*A*．  
11.【答案】*A*

【解析】

【分析】  
本题考查空间中异面直线间的位置关系，考查线面垂直的判定和性质，属于中档题．  
对于作出过*AB*的对角面，可得直线*CD*与这个对角面垂直，由线面垂直的性质可得  
对于可得*CD*与*AB*所成角等于；  
对于*C*、*D*，可得*AB*、*CD*所成角都是锐角．  
【解答】  
解：对于*A*，作出过*AB*的对角面如图，   
  
可得直线*CD*与这个对角面垂直，根据线面垂直的性质，成立；  
对于*B*，作出过*AB*的等边三角形截面如图，  
  
将*CD*平移至内侧面，可得*CD*与*AB*所成角等于；  
对于*C*，*D*，将*CD*平移至经过*B*点的侧棱处，可得*AB*，*CD*所成角都是锐角．  
故选*A*．  
12.【答案】*B*

【解析】

【分析】  
本题考查椭圆的方程和性质，考查离心率公式的运用，考查运算能力，属于基础题．  
求出椭圆的焦点坐标，即得椭圆的，再由椭圆的*a*，*b*，*c*的关系和离心率公式，计算即可得到*a*，*b*，进而得到椭圆方程．  
【解答】  
解：椭圆中，，，  
所以该椭圆的焦点坐标为，  
则双曲线的，可设共焦点的椭圆方程为，  
则，  
离心率，即为，即有，．  
即有椭圆方程为  ．  
故选*B*．  
13.【答案】{\rm ∀}{x}_{0}∈\boldsymbol{\rm R},x_{0}^{2}+{x}_{0}+1⩾0

【解析】

【分析】  
本题考查特称命题的否定，属于基础题根据特称命题的否定是全称命题，即可得出结果．  
【解答】  
解：由特称命题的否定是全称命题知，  
命题：“{\rm ∃}{x}_{0}∈\boldsymbol{\rm R},x_{0}^{2}+{x}_{0}+1 < 0”的否定为{\rm ∀}{x}_{0}∈\boldsymbol{\rm R},x_{0}^{2}+{x}_{0}+1⩾0，  
故答案为{\rm ∀}{x}_{0}∈\boldsymbol{\rm R},x_{0}^{2}+{x}_{0}+1⩾0  
14.【答案】

【解析】

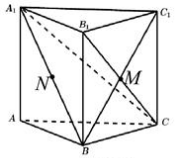
【分析】  
本题考查椭圆的简单性质的应用，考查计算能力，属于基础题．  
利用椭圆的焦点坐标，求出，然后求解椭圆的离心率即可．  
【解答】  
解：椭圆*C*：的一个焦点为，  
可得，解得，  
，  
．  
故答案为．  
15.【答案】

【解析】

【分析】  
本题考查直线与圆的位置关系，涉及点到直线的距离公式，属于基础题．  
根据题意，求出圆的圆心坐标和半径，由点到直线的距离公式求出圆心到直线的距离，由直线与圆的位置关系分析可得答案．  
【解答】  
解：根据题意，圆*C*：的圆心为，半径，  
则圆心*C*到直线*l*的距离，  
则点*P*到直线*l*的最大距离为；  
故答案为．  
16.【答案】

【解析】

【分析】  
本题主要考查直线与直线，直线与平面，平面与平面的位置关系．  
对每个选项，分别判断，即可得．  
【解答】  
解： 若平面，，两两相交，且交于三条直线，则交线平行，故不正确．  
因为*a*，*b*相交，设其确定的平面为，根据，，可得同理可得，因此，正确由面面垂直的性质定理知正确．  
当时，*l*垂直于平面内两条不相交的直线，不能得出，错误．  
故答案为．  
17.【答案】解：若方程有两不等的负根，  
则  
解得  
即命题*p*：，  
若方程无实根，  
则  
解得：即命题*q*：．  
由题意知，命题*p*、*q*一真一假，  
即命题*p*为真，命题*q*为假或命题*p*为假，命题*q*为真．  
或，  
解得：或．  
综上：m∈(1,2]∪[3,+{\rm ∞})．

【解析】本题主要考查复合命题真假之间的关系以及应用，根据条件求出命题*p*，*q*的等价条件是解决本题的关键，属于基础题．  
根据条件分别求出命题*p*，*q*的等价条件，结合复合命题之间的关系进行求解即可．  
18.【答案】证明Ⅰ因为直三棱柱，  


则四边形和为平行四边形，即．

平行四边形中，，则*M*为的中点，

又*N*为的中点，所以*MN*为的中位线，

故，

又，所以，

由平面*ABC*，平面*ABC*，

所以平面*ABC*．

Ⅱ在直三棱柱中，所以平面．

又平面，所以平面平面，

又因为，所以．

由平面，为平面和平面的交线．

所以平面．

又平面，

所以．

又因为，则平行四边形为菱形，

故*B*．

又，，平面*C*.

所以平面，

又平面，

所以*C*.

【解析】本题考查了线面平行的判定以及线面垂直的性质，是一般题．  
Ⅰ利用直线与平面平行的判定定理求证即可；  
Ⅱ利用直线与平面垂直的性质定理求证即可．  
19.【答案】解：由，，得*BC*中点*D*的坐标为，  
所以直线*AD*的斜率为，  
所以*BC*边上的中线*AD*所在直线的方程为，  
即                                        
由，，得*BC*所在直线的斜率为，  
所以*BC*边上的高*AH*所在直线的斜率为，  
所以*BC*边上的高*AH*所在直线的方程为，  
即

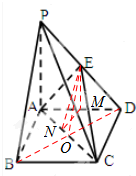
【解析】本题考查直线方程的求解及两直线垂直的条件，同时考查中点坐标公式，属于较易题．  
求出*BC*中点*D*的坐标，直线*AD*的斜率，即可求*BC*边上的中线所在直线的方程；  
求出*BC*边上的高*AH*所在直线的斜率，即可求*BC*边上的高*AH*所在直线的方程．  
20.【答案】解：将椭圆方程变形为，

所以，，  
所以．

所以椭圆的长轴长和焦距分别为，，  
焦点坐标为*F*1，*F*2，

顶点坐标为*A*1，*A*2，*B*1，*B*2，  
所以离心率．

【解析】

【分析】本题主要考查了椭圆的几何性质，属于基础题将椭圆方程变形为，  
得出*a*，*b*，求出*c*，进而得出结果．  
21.【答案】证明：连结*BD*交*AC*与点*O*，连结*EO*，  
底面*ABCD*为矩形为*BD*的中点，  
又为*PD*的中点为的中位线，  
则，  
又平面*AEC*，平面*AEC*，  
平面*AEC*；  
解：平面*AEC*，  
到平面*AEC*与*B*到平面*AEC*的距离相等，  
，  
又，且*E*到平面*ABC*的距离为，  
，，，  
由海伦公式可得，  
设*P*到平面*AEC*的距离为*h*，  
则，可得，  
到平面*AEC*的距离为，又，  
设直线*PD* 与平面*AEC*所成角为，  
则  
解：过*E*坐垂足为*M*，过*M*作，垂足为*N*，连接*EN*．  
易证为二面角的平面角．  
的边*AC*上的高为，，  
，，  
，  
所以二面角的余弦值为．  
由可知*P*到平面*AEC*的距离为．

【解析】本题考查线面平行的判定定理，中位线定理，点到面的距离，海伦公式，勾股定理，二面角等知识，等体积的相互转化是解决本题的关键，注意解题方法的积累，属于中档题．  
连结*BD*交*AC*与点*O*，连结*EO*，通过中位线定理及线面平行的判定定理可得结论；  
通过等体积转化，利用三角形的面积公式计算，先计算出点*P*到平面*AEC*的距离*h*，再求出正弦值，再求余弦值即得结论；  
过*E*坐垂足为*M*，过*M*作，垂足为*N*，连接则为二面角的平面角，在中计算即可．  
由可知*P*到平面*AEC*的距离．  
22.【答案】解：因为圆心*C*在直线上，所以设，  
因为圆*C*经过点，所以圆*C*的半径，  
因为圆*C*和直线相切，  
所以圆*C*的半径，  
所以．  
化简，得，解得．  
所以，半径．  
所以圆*C*的方程为   
若直线*l*的斜率不存在，则可设，，，  
所以，，  
消去得，再代入，不存在，  
所以直线*l*的斜率存在；  
设直线*l*的方程，，，  
所以，  
整理得，    
直线方程与圆*C*方程联立，  
消去*y*得，  
所以，代入，  
得，  
由于，整理得，即，  
所以直线*l*的方程为，即，  
令解得  
所以直线*l*过一个定点，该定点坐标为．

【解析】本题考查直线和圆的方程的应用，直线的斜率及点到直线的距离公式，直线过定点问题，考查分类讨论的数学思想，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题．  
由题意，设，则圆*C*的半径，又圆*C*和直线相切，则利用点到直线的距离公式，可求出*r*，从而可得关于*a*的方程，求出*a*，进而可得圆*C*的方程；  
若直线*l*的斜率不存在，则可设，，，由直线*AP*，*AQ*的斜率之积为2，可推出不存在，故直线*l*的斜率存在，设直线*l*的方程，，，与圆的方程联立，可推导出，进而可得出直线*l*过一个定点，该定点坐标为．