2020-2021学年度第一学期高二半期考试**数学**试题

一.选择题（每小题5分，共60分）

1．已知集合，集合，则（ ）

A． B． C． D．

 2．已知角的终边经过点，则（ ）

A． B． C． D．

3． 设表示三条直线，表示三个平面，则下列命题中**不成立**的是（ ）

A. 若∥，则∥

B.若，∥，则

C. 若，是在内的射影，若，则

D. 若，则

4．设△ABC的内角A，B，C所对边的长分别为a,b,c，若acosA=bcosB，△ABC则的形状为（ ）

A．直角三角形 B．等腰三角形

C．等腰直角三角形 D．等腰三角形或直角三角形

$5.已知a=ln\frac{1}{2}， b=e^{-\frac{1}{2}}$，c满足$e^{-c}=lnc$，则a,b,c的大小关系是（ ）

A． B． C．c>b>a D．

6．在中，点在边上且DC=2BD，为的中点，则（ ）．

A． B．

C． D．

7．将函数图像上的每一个点的横坐标缩短为原来的一半，纵坐标不变，再将所得图像向左平移个单位得到函数的图像，在的图像的所有对称轴中，离原点最近的对称轴为（ ）

A． B． C． D．

8．把直线绕原点逆时针转动，使它与圆相切，则直线转动的最小正角度（）

A． B． C． D．

9．《周髀算经》中有这样一个问题，从冬至之日起，小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种这十二个节气的日影子长依次成等差数列，若冬至、立春、春分的日影子长的和是37.5尺，芒种的日影子长为4.5尺，则冬至的日影子长为( )．

A．4 B．8.5 C．12.5 D．15.5

10．某几何体的三视图如图所示，且俯视图为正三角形，则该几何体的外接球的表面积是（ ）



A．2π B．4π C.$\frac{28π}{3}$ D．$\frac{16π}{3}$

11．已知x，y均为正实数，且，则x+y的最小值为（ ）

A．3 B．6 C．9 D．12

12．已知函数有两个零点，，则（ ）．

A．2 B．4 C．6 D．8

二．填空题（每小题5分，共20分）

13．已知向量，，若，则 .

14．已知实数，满足约束条件，则目标函数的最小值\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．已知定义域为*R*的函数满足，，且当时，，则 .

16．设等比数列满足a1+a3=20,，a2+a4=10，若Tn为数列的前n项积，则Tn的最大值为 .

三、解答题（17题10分，其余均为12分，共70分）

17.已知直线与交于点，点P（0,4）为平面内一点.求：

（1）过点P且与*l1*平行的直线方程；

（2）过Q点的直线，且P到它的距离为2的直线方程.

18．已知向量，，函数.

（1）求的最小正周期及对称中心；

（2）当时，若，求的值.

19．已知数列{an}的前n项和为Sn，a1=2，3（Sn- an）=（n-1）an．

(1)求an；

(2)若数列$\left\{\frac{1}{a\_{n}}\right\}$的前n项和为Tn，求证：Tn<1．

20．三角形ABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且bsinA=acos(B- $\frac{π }{6})$.

（1）求角B的大小；

（2）若D为AC的中点，且BD=1，求S△ABC的最大值.

 

21．已知圆C过A（1，5）、B（4，2）两点，且圆心在直线y=2x上，直线*l* 过点P（-3，-2）且与AB平行．

（1）求直线*l*及圆C的方程；

（2）设点*M、N*分别是直线*l*和圆C上的动点，求|MN|的取值范围．

22．如图，边长为2的正方形ABCD所在平面与半圆弧$\hat{CD}所在平面$垂直，M$是\hat{CD}$上异于C，D的点．

（1）在线段AM上是否存在点P，使得MC∥平面PBD？说明理由；

（2）当三棱锥M-ABC的体积最大时，二面角M-AB-C的余弦值为多少？



2020-2021学年度第一学期高二半期考试**数学答案**

一.选择题（每小题5分，共60分）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | A | B | D | D | C | B | A | B | D | C | C | B |

二．填空题（每小题5分，共20分）

13. -5 14. 3 15. -2 16. 1024

三、解答题（17题10分，其余均为12分，共70分）

17.解：（1）∴∴∴

（2）∴，

当斜率不存在，则方程为，不合题意

当斜率存在，设方程,

而,∴,

∴,，∴或，

∴方程为或.

18. 解：（1），，



.

即

∴的最小正周期是.

由2x+$\frac{π}{6}$=kπ，k∈Z

解得$x=\frac{kπ}{2}-\frac{π}{12}$，∴f(x)的对称中心为（$\frac{kπ}{2}-\frac{π}{12}，0$），k∈Z.

（2）由，得，

∵，∴，∴，∴．

19. 解：(1)∵3（Sn- an）=（n-1）an

∴3Sn=（n+2）an ①

∴3Sn+1=（n+3）an+1 ②

②-①得3an+1=（n+3）an+1 -（n+2）an

即nan+1=（n+2）an

∴$\frac{a\_{n+1}}{a\_{n}}=\frac{n+2}{n}$

∴$a\_{n}=a\_{1}∙\frac{a\_{2}}{a\_{1}}∙\frac{a\_{3}}{a\_{2}}∙\frac{a\_{4}}{a\_{3}}∙\cdots ∙∙\frac{a\_{n}}{a\_{n-1}}=2∙\frac{3}{1}∙\frac{4}{2}∙\frac{5}{3}∙\cdots ∙\frac{n-1}{n-3}∙\frac{n}{n-2}∙\frac{n+1}{n-1}=n(n+1)$

(2) ∵$\frac{1}{a\_{n}}=\frac{1}{n\left(n+1\right)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

∴Tn=$\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots +\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=1-\frac{1}{n+1}<1$

20. 解：（1）由正弦定理得sinBsinA=sinAcos(B- $\frac{π }{6})$

∴sinB=cos(B- $\frac{π }{6}) $∴B+ B- $\frac{π }{6} $=$ \frac{π }{2}$ ∴B =$ \frac{π }{3}$

（2）∵$cos∠BDA+cos∠BDC=\frac{1+\frac{b^{2}}{4}- c^{2}}{b}+\frac{1+\frac{b^{2}}{4}- a^{2}}{b}=0$

∴b2=2(a2+c2-4) 又∵b2=a2+c2-2accosB

∴2(a2+c2-4)= a2+c2-ac 即∴a2+c2=8-ac≥2ac

∴ac≤$\frac{8}{3}$

∴S△ABC=$ \frac{1}{2}acsinB\leq \frac{1}{2}∙\frac{8}{3}∙\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

当且仅当a=c时，S△ABC取最大值$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

21. 解：（1）∵kAB=-1, 直线*l:*y+2=-(x+3)，即*l:*x+y+5=0

又∵AB的中垂线方程为y=x+1,$由\left\{\begin{matrix}y=2x\\y=x+1\end{matrix}解得\left\{\begin{matrix}x=1\\y=2\end{matrix}\right.\right.$

∴圆心C(1，2)，半径r=|CA|=3，

∴圆C的方程为：(x-1)2+(y-2)2=9；

(2) ∵圆心C到直线*l*的距离为d=$\frac{\left|1+2+5\right|}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$ >3，∵直线*l*与圆C相离

∴|MN|的最小值为$4\sqrt{2}$ -3，无最大值，

∴|MN|的取值范围为 （$4\sqrt{2}$ -3，+∞）.

22. 解：（1）如图、连接AC与BD交于点O，连接DP、OP、BP，

∵MC∥平面PBD，过MC的平面MCA与平面PBD交于OP

∴MC∥OP，

又∵O为AC的中点，∴P为AM的中点，

即当P为AM的中点时，MC∥平面PBD；

（2）∵当三棱锥M-ABC的体积最大时，点M为半圆弧$\hat{CD}$的中点，如图



设DC和AB的中点分别为E、F，连接ME、MF、EF，

∵$\left.\begin{matrix}面DMC⊥面ABCD\\ME⊂面DMC\\\begin{matrix}面DMC∩面ABCD=DC\\ME⊥DC\end{matrix}\end{matrix}\right\}$ ∴ME⊥面ABCD

∴ME⊥AB，且ME⊥EF

又∵EF⊥AB

∴二面角M-AB-C的平面角为∠MFE

∵ME⊥EF, 且ME=1,EF=2, ∴MF=$\sqrt{5}$

cos∠MFE=$\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

∴二面角M-AB-C的余弦值为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$.