**驻马店市2019~2020学年度第二学期期终考试**

**高二（理科）数学试题**

**本试题卷分为第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分．考生作答时，将答案答在答题卡上，在本试题卷上答题无效．**

**注意事项：**

1．答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写（涂）在答题卡上．考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致．

2．第I卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．第II卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，在试题上作答，答案无效．

3．考试结束，监考教师将答题卡收回．

**第I卷（选择题共60分）**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分．共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，将正确答案的代号涂在答题卡上．**

1．设，则在复平面内对应的点位于（ ）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

2．若双曲线的离心率为2，则其渐近线方程为（ ）

A． B． C． D．

3．在下列结论中，正确的是（ ）

A．“”是“”的必要不充分条件

B．若为真命题，则*p*，*q*均为真命题

C．命题“若，则”的否命题为“若，则”

D．已知命题，都有2，则，使

4．用数学归纳法证明：时，从“到”等式左边的变化结果是（ ）

A．增乘一个因式 B．增乘两个因式和

C．增乘一个因式 D．增乘同时除以

5．若两条不重合直线和的方向向量分别为，，则和的位置关系是（ ）

A．平行 B．相交 C．垂直 D．不确定

6．某研究机构在对线性相关的两个变量进行统计分析时，得到如下数据：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 4 | *m* | 8 | 10 | 12 |
| *y* | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 |

由表中的数据得到*y*关于*x*的回归方程为，则样本点，，落在回归直线下方的个数为（ ）

A．1 B．2 C．3 D．0

7．设函数其中，，则的展开式中的系数为（ ）

A．-60 B．60 C．-240 D．240

8．在中，若，则的最大内角与最小内角的和为（ ）

A． B． C． D．

9．已知正实数*x*，*y*满足．则的最小值为（ ）

A．4 B． C． D．

10．2020年教育部决定在部分高校中开展基础学科招生考试试点（也称为强基计划），某高校计划让参加“强基计划”招生的学生从8个试题中随机挑选4个进行作答，至少答对3个才能通过初试．已知在这8个试题中甲能够答对6个，则甲通过初试的概率为（ ）

A． B． C． D．

11．已知椭圆的左、右焦点分别为、，点*P*在椭圆上且异于长轴端点，点*M*，*N*在所围区域之外，且始终满足，，则的最大值为（ ）

A．8 B．7 C．10 D．9

12．已知函数，数列的前*n*项和为，且满足，，则下列有关数列的叙述正确的是（ ）

A． B． C． D．

**二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分．将答案填在答题卡相应的位置上）**

13．已知函数，则的单调减区间为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．平面几何中直角三角形勾股定理是我们熟知的内容，即“在中，，则”；在立体几何中类比该性质，在三棱锥中，若平面*PAB，*平面*PAC*，平面*PBC*两两垂直，记，，，的面积分别是，，，，则，，，关系为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



15．某研究所为了检验某种血清预防感冒的作用，把500名使用该血清的人与另外500名未使用该血清的人一年中感冒记录作比较，提出假设：“这种血清不能起到预防感冒的作用”，利用列联表计算的，经查对临界值表知，对此有四名同学做出了如下判断：

①有以上的把握认为这种血清能起到预防感冒的作用；

②若某人未使用该血清，则他在一年中有的可能性得感冒；

③这种血清预防感冒的有效率为；

④这种血清预防感冒的有效率为；

则正确判断的序号为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．在正方体中，*E*，*F*分别为线段，*AB*的中点，*O*为四棱锥的外接球的球心，点*M*，*N*分别是直线，*EF*上的动点，记直线*OC*与*MN*所成的角为，则当最小时，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：本大题共6个小题，满分70分．解答时要求写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤．第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22~23题为选考题，考生根据要求作答．**

**（一）必考题：共60分**

17．（本小题满分12分）

已知是单调递减的等比数列，，且，，成等差数列．

（1）求数列的通项公式；

（2）设，求数列的前50项和．

18．（本小题满分12分）

如图，在五面体*ABCDEF*中，四边形*ABCD*为矩形，为等边三角形，且平面平面*ADEF*，．

（1）证明：平面平面*ABCD*；

（2）若，求二面角的余弦值．



19．（本小题满分12分）

在直角坐标系*xOy*中，已知点，，直线*AM*，*BM*交于点*M*，且直线*AM*与直线*BM*的斜率满足：．

（1）求点*M*的轨迹*C*的方程；

（2）设直线*l*交曲线C于*P*，*Q*两点，若直线*AP*与直线*AQ*的斜率之积等于，证明：直线*l*过定点．

20．（本小题满分12分）

已知函数．

（1）若，求在处的切线方程；

（2）若对任意的，不等式恒成立，求实数*m*的取值范围．

21．（本小题满分12分）

甲乙两厂均生产某种零件，根据长期检测结果显示，甲乙两厂生产的零件质量（单位：g）均服从正态分布．在出厂检测处，直接将质量在之外的零件作为废品处理，不予出厂；其他的准予出厂，并称为正品．

（1）出厂前，从甲厂生产的该种零件中随机抽取10件进行检查，求至少有1件是废品的概率；

（2）若规定该零件的“质量误差”计算方式为：设该零件的质量为*x*（单位：g），则“质量误差”为（单位：g）．按照标准，其中“优等”，“一级”，“合格”零件的“质量误差”范围分别是，，（正品零件中没有“质量误差”大于的零件）．每件价格分别为75元，65元，50元，现分别从甲，乙两厂生产的正品零件中随机抽取100件，相应的“质量误差”组成的样本数据如下表（用这个样本的频率分布估计总体的分布，将频率视为概率）

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 质量误差 |  |  |  |  |  |  |  |
| 甲厂频数 | 10 | 30 | 30 | 5 | 10 | 5 | 10 |
| 乙厂频数 | 25 | 30 | 25 | 5 | 10 | 5 | 0 |

（i）记甲厂该规格的2件正品零件售出的金额为*X*元，求*X*元的分布列及数学期望；

（ii）由上表可知，乙厂生产该规格的正品零件只有“优等”，“一级”两种，求5件该规格的零件售出的金额不少于360元的概率．

附：若随机变量，，，

**（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．**

22．**【选修4-4：坐标系与参数方程】**

在平面直角坐标系*xOy*中，直线的参数方程为（t为参数，为倾斜角），以坐标原点为极点，*x*轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为，在平面直角坐标系*xOy*中，将曲线上所有点的横坐标不变，纵坐标伸长为原来的2倍，再向上平移2个单位长度得到曲线．

（1）求曲线、的直角坐标方程；

（2）直线与曲线相交于*E*，*F*两个不同的点，点*P*的极坐标为，若，求直线的普通方程．

23．**【选修4- 5：不等式选讲】**

已知函数．

（1）当时，求不等式的解集；

（2）若两函数与的图象恒有公共点，求实数*m*的取值范围．

**高二理科参考答案**

**一、选择题：**

1-5 CBDCA 6-10 BDDDA 11-12 AC

**二、填空题**

13． 14．

15．① 16．

**三、解答题：**

17．【解析】（1）设是公比为*q*的等比数列，因为，且，，成等差数列，

故可得，

又因为，所以，

解得或者，，

又因为是单调递减的等比数列，所以，

则；

（2）

，

∴．

故．

（若有其他解法，参照评分标准按步给分）

18．【解析】（1）证明：取*AF*中点*G*，于是，

又平面平面*ADEF*，且平面平面，

所以平面*ADEF*，

又因为平面*ADEF*则，

又，所以平面*ABF*，

且平面*ACBD*即平面平面*ABCD*．

（2）取*AB*中点*O*，于是平面*ABCD*，所以，如图：

以*O*为坐标原点，*OB*为*x*轴、*AB*垂直平分线为*y*轴，*OF*为*z*轴建立坐标系．设*OB*长度为1，则：，，，



因为，所以平面*ADEF*，

又平面平面，则；

所以设，所以点．

那么，，

由于，所以，

解得．于是，，

设平面*ECD*的法向量为，

由，得，

又平面*ABCD*的法向量为，

记二面角为，所以，

又因为是锐角，

所以二面角的余弦值为．

（若有其他解法，参照评分标准按步给分）

19．【解析】（1）设，又，，

则，

可得，

因为，所以*M*的轨迹*C*的方程为；

（2）证明：设，，，

又，可得，

又因为即有，即，

由直线*l*的斜率为，

可得直线*l*的方程为，

化为，

又因为，

可得，可得直线*l*恒过定点．

（若有其他解法，参照评分标准按步给分）

20．【解析】因为函数，∴．

（1）当时，，，

所以，，

从而切点为，切线斜率，

故所求切线方程为；

（2）当时，因为，，

所以当函数单调递减，从而．

当时，令即，从而可知

当时，函数递增，

从而当时，与，恒成立矛盾，

综上所述*m*的取值范围为．

（若有其他解法，参照评分标准按步给分）

21．【解析】（1）由正态分布可知，抽取的一件零件的质量在之内的概率为，

则没有废品的概率为，

故这10件中零件至少有一件是废品的概率为．

（2）（i）由已知数据，用这个样本的频率分布估计总体分布，将频率视为概率，

得该厂生产得一件正品零件为“优等生”，“一级”，“合格”的概率分别为，，，

则*X*的可能取值为150，140，130，125，115，100．

，，

，，

，．

*X*的分布列如下图，

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 150 | 140 | 130 | 125 | 115 | 100 |
| *P* |  |  |  |  |  |  |

数学期望

（元）．

（ii）设乙厂生产的5件该零件规格的正品零件中有*n*件“优品”，则有件“一级”品，

由己知得，则*n*取4或5．

则所求概率为．

（若有其他解法，参照评分标准按步给分）

22．【解析】（1）由得，又，

∴，∴．

设是曲线上任意一点，点*P*的横坐标不变，纵坐标伸长为原来的2倍，再向上平移2个单位长度得到点为，

则，又，

∴，

；

（2）点*P*的直角坐标为，

将代入得

，

因为相交于不同两点

，

∴.

∵，∴．

设方程的两个实数根为，，

则，．

由参数*t*的几何意义知，

，

∴，

∴，

∴，又，

∴，所以直线的斜率，又直线过点，

所以直线的普通方程为．

（若有其他解法，参照评分标准按步给分）

23．【解析】（1）当时，，

由分段求解得不等式解集为；

（2）由函数知，该函数在处取得最小值1，

因为，

∴在上递增，在上递减，在上递减，

故在处取得最大值，

所以要使二次函数与函数的图象恒有公共点，只需，即．