**育才学校2021—2022学年度第一学期第一次月考**

**高二理科试卷**

**一．选择题(共12小题,每小题5分,共60分)**

**1.已知向量a＝(1,n,2)，b＝(－2,1,2)，若2a－b与b垂直，则|a|等于( )**

**A． B． C． D．**

**2.若向量a＝(x,4,5)，b＝(1，－2,2)，且a与b的夹角的余弦值为，则x等于(　　)**

**A． 3 B． －3 C． －11 D． 3或－11**

**3.在如图，在三棱柱ABC－A1B1C1中，BC1与B1C相交于点O，∠A1AB＝∠A1AC＝60°，∠BAC＝90°，A1A＝3，AB＝AC＝2，则线段AO的长度为( )**

** A． B． C． D．**

**4.如图，三棱锥S－ABC中，SA⊥底面ABC，AB⊥BC，AB＝BC＝2，SA＝2，则SC与AB所成角的大小为(　　)**

** A． 30° B． 45° C． 60° D．90°**

**5.若A(3cosα，3sinα，1)，B(2cosθ，2sinθ，1)，则||的取值范围是(　　)**

**A． [0,5] B． [1,5] C． (1,5) D． (0,5)**

**6.若点A(λ2＋4,4－μ，1＋2γ)关于y轴的对称点是B(－4λ，9,7－γ)，则λ，μ，γ的值依次为(　　)**

**A． 1，－4,9 B． 2，－5，－8 C． －3，－5,8 D． 2,5,8**

**7.如图，PA⊥平面ABCD，四边形ABCD为正方形，E是CD的中点，F是AD上一点，当BF⊥PE时，AF∶FD的比值为(　　)**

** A． 3 B．2 C．1 D． **

**8.已知直线l的方向向量为a＝(－1,2,0)，平面α的法向量为n＝(2,1，-1)，则(　　)**

**A．l⊥α B．l∥α C．l⊂α D．l∥α或l⊂α**

**9.已知平面α的法向量是(2,3，－1)，平面β的法向量是(4，λ，－2)，若α∥β，则λ的值是(　　)**

**A． － B． 6 C． －6 D．**

**10.若某直线的斜率k∈(－∞，]，则该直线的倾斜角α的取值范围是(　　)**

**A． B． C．∪ D．**

**11.已知直线l1：ax＋(a＋2)y＋2＝0与l2：x＋ay＋1＝0平行，则实数a的值为(　　)**

**A． －1或2 B． 0或2 C． 2 D． －1**

**12.如下图所示，已知点P为菱形ABCD外一点，且PA⊥面ABCD，PA＝AD＝AC，点F为PC中点，则二面角C－BF－D的正切值为(　　)**

** A． B． C． D．**

**二．填空题(共4小题,每小题5分,共20分)**

**13.如图，四边形ABCD和ADPQ均为正方形，它们所在平面互相垂直，动点M在线段PQ上，E，F分别为AB，BC的中点，设异面直线EM与AF所成的角为θ，则cosθ的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**第13题图**

第14题图

**14.如图，在正三棱柱ABC－A1B1C1中，若BB1＝AB＝2，则点C到直线AB1的距离为\_\_\_\_\_\_．**

**15.已知点A(1,2)，若在坐标轴上存在一点P，使直线PA的倾斜角为135°，则点P的坐标为\_\_\_\_．**

**16.过点P(1,3)的直线l分别与两坐标轴交于A，B两点，若P为AB的中点，则直线l的截距式方程是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**三．解答题(共6小题,共70分)**

**17.（10分）已知△ABC的三个顶点A(－3,0)，B(2,1)，C(－2,3)．求：**

**(1)BC边上的中线AD所在的直线方程；**

**(2)BC边的垂直平分线DE所在的直线方程．**

**18.（12分）已知空间三点A(0,2,3)，B(－2,1,6)，C(1，－1,5)．**

**(1)若点D在直线AC上，且⊥，求点D的坐标；**

**(2)求以BA，BC为邻边的平行四边形的面积．**

**19.（12分）如图，已知在直三棱柱ABC－A1B1C1中，AC⊥BC，D为AB的中点，AC＝BC＝BB1.**

** 求证：(1)BC1⊥AB1； (2)BC1∥平面CA1D.**

**20.（12分）如图，正方体ABCD－A1B1C1D1的棱长为4，点M，N，E，F分别为A1D1，A1B1，C1D1，B1C1的中点，**

****

**(1)证明：平面AMN∥平面EFBD；**

**(2)求平面AMN与平面EFBD间的距离．**

**21.（12分）如图，正三棱柱ABC－A1B1C1的所有棱长为2，D为CC1的中点．**

****

**(1)求证：AB1⊥A1D；**

**(2)求点C到平面A1BD的距离．**

**22.（12分）如图，在长方体ABCD－A1B1C1D1中，AD＝AA1＝1，AB＝2，点E在棱AB上移动．**

**(1)求证：D1E⊥A1D；**

**(2)在棱AB上是否存在点E使得AD1与平面D1EC所成的角为？若存在，求出AE的长，若不存在，说明理由．**

**答案解析**

**1.【答案】B**

**【解析】因为a＝(1，n,2)，b＝(－2,1,2)，**

**所以2a－b＝(4,2n－1,2)．**

**因为2a－b与b垂直，**

**所以(2a－b)·b＝0，**

**所以－8＋2n－1＋4＝0，**

**解得n＝，所以a＝，**

**所以|a|＝＝.**

**2.【答案】A**

**【解析】因为a·b＝(x,4,5)·(1，－2,2)＝x－8＋10＝x＋2，且a与b的夹角的余弦值为，**

**所以＝，且x>－2，**

**解得x＝3或x＝－11(舍去)．**

**3.【答案】A**

**【解析】取空间中一组基底：＝a，＝b，＝c，**

**∵四边形BCC1B1是平行四边形，**

**∴＝＝(＋)，**

**∴＝a＋＝a＋＋c＝a＋b＋c，**

**∵∠A1AB＝∠A1AC＝60°，∠BAC＝90°，A1A＝3，AB＝AC＝2，**

**∴a2＝b2＝4，c2＝9，a·b＝0，a·c＝b·c＝3×2×cos 60°＝3，**

**∴2＝(a＋b＋c)2＝(a2＋b2＋c2＋2a·b＋2a·c＋2b·c)＝.∴||＝，即AO＝.**

**4.【答案】C**

**【解析】因为SA⊥底面ABC，所以SA⊥AC，SA⊥AB，所以·＝0，**

**又AB⊥BC，AB＝BC＝2，**

**所以 ∠BAC＝45° ，AC＝2.**

**因此·＝cos 45°＝2×2×＝4，**

**所以·＝·－·＝4，**

**又SA＝2，所以SC＝＝4 ，**

**因此cos〈，〉＝＝＝，**

**所以SC与AB所成角的大小为60° .**

**5.【答案】B**

**【解析】||＝**

**＝，∵－1≤cos(α－θ)≤1，**

**∴1≤||≤5.**

**6.【答案】B**

**【解析】∵关于y轴对称的点的横坐标和竖坐标互为相反数，而纵坐标相等，点A(λ2＋4,4－μ，1＋2γ)关于y轴的对称点是B(－4λ，9,7－γ)，∴λ2＋4＝4λ，**

**4－μ＝9,1＋2γ＝－(7－γ)，**

**∴λ，μ，γ的值依次为2，－5，－8，故选B.**

**7.【答案】C**

**【解析】以A为坐标原点，AB，AD，AP所在直线分别为x轴，y轴，z轴，建立如图所示的空间直角坐标系Axyz，**

****

**设正方形边长为1，PA＝a，**

**则B(1,0,0)，E，P(0,0，a)．**

**设点F的坐标为(0，y，0)，**

**则＝(－1，y，0)，＝.**

**因为BF⊥PE，所以·＝0，**

**解得y＝，即点F的坐标为，**

**所以F为AD的中点，所以AF∶FD＝1∶1.**

**8.【答案】D**

**9.【答案】B**

**【解析】∵α∥β，∴α的法向量与β的法向量也互相平行．**

**∴＝＝，∴λ＝6.**

**10.【答案】C**

**【解析】∵直线的斜率k∈(－∞，]，**

**∴k≤tan，**

**∴该直线的倾斜角α的取值范围是∪.故选C.**

**11.【答案】D**

**【解析】由l1∥l2知，a×a＝1×(a＋2)，即a2－a－2＝0，∴a＝2或a＝－1.**

**当a＝2时，l1与l2重合，不符合题意，舍去；**

**当a＝－1时，l1∥l2.**

**∴a＝－1.**

**12.【答案】D**

**【解析】如下图所示，连接AC，AC∩BD＝O，连接OF，以O为原点，OB、OC、OF所在直线分别为x，y，z轴建立空间直角坐标系Oxyz，**

****

**设PA＝AD＝AC＝1，则BD＝，所以B，F，C，D，结合图形可知，＝且为面BOF的一个法向量，**

**由＝，＝，可求得面BCF的一个法向量n＝(1，，)，**

**所以cos〈n，〉＝，sin〈n，〉＝，所以tan〈n，〉＝.**

**13.【答案】**

**【解析】以A为原点，AB，AD，AQ分别为x轴、y轴、z轴建立如图的空间直角坐标系．**

****

**设正方形ABCD和ADPQ的边长为2，则E(1,0,0)，F(2,1,0)，M(0，y,2)(0≤y≤2)，**

**∴＝(2,1,0)，(－1，y,2)，∴·＝－2＋y，||＝，||＝，**

**∴cosθ＝＝＝，**

**令t＝2－y，则y＝2－t且t∈[0,2]，**

**∴cosθ＝＝，**

**当t＝0时，cosθ＝0；**

**当t≠0时 ，cosθ＝＝，**

**由t∈[0,2]，∴∈，**

**∴≥＝，**

**∴cosθ≤，当且仅当t＝2，即点M与Q重合时，cosθ的最大值为.**

**14.【答案】**

**【解析】取AC的中点D，建立如图所示的空间直角坐标系，**

****

**则A(0，－1,0)，B1(，0,2)，C(0，1,0)，**

**所以＝(，1,2)，**

**＝(0，－2,0)．**

**∴·＝－2，**

**∴在上的投影向量的长度为＝＝，**

**所以点C到直线AB1的距离**

**d＝＝＝＝.**

**15.【答案】(3,0)或(0,3)**

**【解析】由题意知，kPA＝－1，**

**若点P在x轴上，设点P的坐标为P(m,0)(m≠1)，**

**则＝－1，**

**解得m＝3，即P(3,0)．**

**若点P在y轴上，设点P的坐标为P(0，n)，**

**则＝－1，**

**解得n＝3，即P(0,3)．**

**综上，点P的坐标为(3,0)或(0,3)．**

**16.【答案】＋＝1**

**【解析】设A(m，0)，B(0，n)，**

**由P(1,3)是AB的中点可得m＝2，n＝6，**

**即A，B的坐标分别为(2,0)，(0,6)，**

**则l的截距式方程是＋＝1.**

**17.【答案】(1)∵△ABC的三个顶点A(－3,0)，B(2,1)，C(－2,3)，**

**∴BC边上的中点D(0,2)，**

**∴BC边上的中线AD所在的直线方程为，**

**整理得2x－3y＋6＝0.**

**(2)kBC＝，**

**∴BC边的垂直平分线DE所在的直线的斜率k＝2，**

**∵BC边上的中点D(0,2)，**

**∴BC边的垂直平分线DE所在的直线方程为y－2＝2x，整理得2x－y＋2＝0.**

**18.【答案】解　(1)由题意知，＝(1，－3,2)，点D在直线AC上，**

**设＝λ＝λ(1，－3,2)＝(λ，－3λ，2λ)，**

**∴D(λ，2－3λ，2λ＋3)，**

**＝(λ，2－3λ，3＋2λ)－(－2,1,6)**

**＝(λ＋2,1－3λ，2λ－3)，**

**∵⊥，**

**∴·＝(1，－3,2)·(λ＋2,1－3λ，2λ－3)**

**＝λ＋2－3＋9λ＋4λ－6＝14λ－7＝0，**

**∴λ＝，**

**∴D.**

**(2)∵＝(2,1，－3)，＝(3，－2，－1)，**

**∴||＝＝，**

**||＝＝，**

**∴·＝2×3＋1×(－2)＋(－3)×(－1)＝7，**

**∴cosB＝cos〈，〉＝＝＝，**

**∴sinB＝，**

**∴S＝××＝7，**

**∴以BA，BC为邻边的平行四边形的面积为7.**

**19.【答案】证明　如图，以C1为原点，分别以C1A1，C1B1，C1C所在直线为x轴、y轴、z轴建立空间直角坐标系．设AC＝BC＝BB1＝2，**

****

**则A(2,0,2)，B(0,2,2)，C(0,0,2)，A1(2,0,0)，B1(0,2,0)，C1(0,0,0)，D(1,1,2)．**

**(1)由于＝(0，－2，－2)，**

**＝(－2,2，－2)，**

**因此·＝0－4＋4＝0，**

**因此⊥，**

**故BC1⊥AB1.**

**(2)取A1C的中点E，连接DE，由于E(1,0,1)，**

**所以＝(0,1,1)，**

**又＝(0，－2，－2)，**

**所以＝－，**

**又ED和BC1不共线，所以ED∥BC1，**

**又DE⊂平面CA1D，BC1⊄ 平面CA1D，**

**故BC1∥平面CA1D.**

**20.【答案】(1)证明　如图所示，建立空间直角坐标系，**

****

**则A(4,0,0)，M(2,0,4)，D(0,0,0)，B(4,4,0)，E(0,2,4)，F(2,4,4)，N(4,2,4)．**

**从而＝(2,2,0)，＝(2,2,0)，＝(－2,0,4)，＝(－2,0,4)，**

**所以＝，＝，所以EF∥MN，AM∥BF.**

**因为EF∩BF＝F，MN∩AM＝M，**

**所以平面AMN∥平面EFBD，**

**(2)解　设n＝(x，y，z)是平面AMN的法向量，**

**从而解得**

**取z＝1，得n＝(2，－2,1)，**

**由于＝(0,4,0)，**

**所以在n上的投影为＝＝，**

**所以两平行平面间的距离d＝＝.**

**21.【答案】(1)证明 如图，取BC中点O，连接AO，**

**∵△ABC为正三角形，∴AO⊥BC，**

**∵在正三棱柱ABC－A1B1C1中，平面ABC⊥平面BCC1B1，∴AO⊥平面BCC1B1，**

**取B1C1的中点O1，以O为原点，，，的方向为x轴，y轴，z轴的正方向建立如图所示的空间直角坐标系，**

****

**则B(1,0,0)，D(－1,1,0)，A1(0,2，)，A(0,0，)，B1(1,2,0)，**

**∴＝(1,2，－)，＝(－1，－1，－)，**

**∵＝－1－2＋3＝0，**

**∴⊥，∴AB1⊥A1D.**

**(2)解 设平面A1BD的法向量n＝(x，y，z)，＝(－1，－1，－)，＝(－2,1,0)，**

**∵n⊥，n⊥，∴**

**∵∴**

**令x＝1，得n＝(1,2，－)，**

**∵C(－1,0,0)，∴＝(－2,0,0)，∴点C到平面A1BD的距离d＝＝＝.**

**22.【答案】(1)证明　∵AE⊥平面AA1D1D，A1D⊂平面AA1D1D，∴AE⊥A1D.**

**∵在长方体ABCD－A1B1C1D1中，AD＝AA1＝1，**

**∴A1D⊥AD1.**

**∵AE∩AD1＝A，**

**∴A1D⊥平面AED1.**

**∵D1E⊂平面AED1，**

**∴D1E⊥A1D.**

**(2)解　以D为坐标原点，DA，DC，DD1所在直线分别为x，y，z轴，建立空间直角坐标系，如图所示．**

****

**设棱AB上存在点E(1，t,0)(0≤t≤2)，**

**使得AD1与平面D1EC所成的角为，**

**A(1,0,0)，D1(0,0,1)，C(0,2,0)，**

**＝(－1,0,1)，＝(0，－2,1)，＝(1，t－2,0)，**

**设平面D1EC的法向量为n＝(x，y，z)，**

**则**

**取y＝1，得n＝(2－t,1,2)，**

**∴sin＝＝，**

**整理，得t2＋4t－9＝0，**

**解得t＝－2或t＝－2－(舍去)，**

**∴在棱AB上存在点E使得AD1与平面D1EC所成的角为，此时AE＝－2.**