**江西省10月份高三联考**

**数学**

**注意事项：**

**1．答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上．**

**2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．**

**3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．**

**4．本试卷主要考试内容：高考全部内容．**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．若集合，，则（ ）

A． B． C． D．

2．在复数范围内，方程的解的个数为（ ）

A．1 B．2 C．3 D．4

3．已知双曲线的离心率大于实轴长，则的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

4．若，，，则（ ）

A． B． C． D．

5．函数的最小值为（ ）

A． B． C．0 D．

6．已知向量，满足，，，，则在方向上的投影向量为（ ）

A． B． C． D．

7．现有6个人计划在暑期前往江西省的南昌、九江、赣州、萍乡四个城市旅游，每人都要从这四个城市中选择一个城市，且每个城市都有人选择，则至少有2人选择南昌的选法种数为（ ）

A．420 B．660 C．720 D．1200

8．已知函数满足，且，则（ ）

A． B． C． D．

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9．已知函数，，则（ ）

A．与的值域相同

B．与的最小正周期相同

C．曲线与有相同的对称轴

D．曲线与有相同的对称中心

10．如图，现有一个底面直径为10cm，高为25cm的圆锥形容器，已知此刻容器内液体的高度为15cm，忽略容器的厚度，则（ ）



A．此刻容器内液体的体积与容器的容积的比值为

B．容器内液体倒去一半后，容器内液体的高度为

C．当容器内液体的高度增加5cm时，需要增加的液体的体积为

D．当容器内沉入一个棱长为的正方体铁块时，容器内液体的高度为

11．已知抛物线的焦点为，过点且斜率为的直线与交于*A*，*B*两点，其中点在第一象限．若动点在的准线上，则（ ）

A．的最小值为0

B．当为等腰三角形时，点的纵坐标的最大值为

C．当的重心在轴上时，的面积为

D．当为钝角三角形时，点的纵坐标的取值范围为

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12．若是定义在上的奇函数，当时，，则\_\_\_\_\_\_．

13．已知，，，四点都在球的球面上，且，，三点所在平面经过球心，，，则点到平面*ABC*的距离的最大值为\_\_\_\_\_\_，球*O*的表面积为\_\_\_\_\_\_．

14．若，，均为正数，且，则的最大值为\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15．（13分）

已知函数．

（1）当时，求曲线在点处的切线方程．

（2）试问是否存在实数，使得在上单调递增？若存在，求的取值范围；若不存在，请说明理由．

16．（15分）

贵妃杏是河南省灵宝市黄河沿岸地区的一种水果，其果实个大似鹅蛋，外表呈橙黄色，阳面有晕．贵妃杏口感甜美，肉质实心鲜嫩多汁，营养丰富，是河南省的知名特产之一．已知该地区某种植园成熟的贵妃杏（按个计算）的质量（单位：克）服从正态分布，且，．从该种植园成熟的贵妃杏中选取了10个，它们的质量（单位：克）为101，102，100，103，99，98，100，99，97，101，这10个贵妃杏的平均质量（单位：克）恰等于克．

（1）求．

（2）求．

（3）甲和乙都从该种植园成熟的贵妃杏中随机选取1个，若选取的贵妃杏的质量大于100克且不大于104克，则赠送1个贵妃杏；若选取的贵妃杏的质量大于104克，则赠送2个贵妃杏．记甲和乙获赠贵妃杏的总个数为，求的分布列与数学期望．

17．（15分）

如图，在四棱锥中，底面平面．

（1）证明：平面平面*PAB*．

（2）若，，且异面直线*PD*与*BC*所成角的正切值为，求平面*PAB*与平面*PCD*所成二面角的正弦值．



18．（17分）

已知点，，动点满足，动点的轨迹为记为．

（1）判断与圆的位置关系并说明理由．

（2）若为上一点，且点到轴的距离，求内切圆的半径的取值范围．

（3）若直线与交于*C*，*D*两点，，分别为的左、右顶点，设直线的斜率为，直线的斜率为，试问是否为定值？若是，求出该定值；若不是，请说明理由．

19．（17分）

在个数码1，2，…，构成的一个排列中，若一个较大的数码排在一个较小的数码的前面，则称它们构成逆序，这个排列的所有逆序的总个数称为这个排列的逆序数，记为，例如，，．

（1）比较与的大小；

（2）设数列满足，，求的通项公式；

（3）设排列满足，，，，证明：．

**江西省10月份高三联考**

**数学参考答案**

1．C 依题意可得，则．

2．D 由，得，得或．

3．A 由题意得，解得．

4．A 因为，，所以，，所以．

5．B ，令，得，令，得，所以的最小值为．

6．C 因为，，，，所以，所以在方向上的投影向量为．

7．B 将6人分成4组，分配方案有两种：1，1，2，2和1，1，1，3．那么至少有2人选择南昌的选法种数为．

8．D 令，得，则，则，

将以上各式相加得，所以．

9．ABC ，，则与的值域相同，A正确．与的最小正周期均为，B正确．曲线与的对称轴方程均为，C正确．曲线没有对称中心，曲线有对称中心，D错误．



10．BCD 此刻容器内液体的体积与容器的容积的比值为，A错误．设容器内液体倒去一半后液体的高度为，则，解得，B正确．因为，，所以当容器内液体的高度增加5cm时，需要增加的液体的体积为，C正确．当容器内沉入一个棱长为的正方体铁块时，设容器内液体的高度为，体积，则，，D正确．

11．AC 依题意可得，直线*AB*的方程为，代入，消去得，解得，，因为点在第一象限，所以，．的准线方程为，设，则，，所以，A正确．当为等腰三角形时，要使得点的纵坐标最大，则，即，且，解得，B错误．

的重心坐标为，即，当的重心在轴上时，，得的面积为，C正确．

当，，三点共线时，．由，得为锐角或直角，当为直角或为直角时，或，得或，当为钝角三角形时，点的纵坐标的取值范围为，D错误．

12．－2 因为，所以．

13．4； 设球的半径为，由正弦定理得，则，则点到平面*ABC*的距离的最大值为4，球的表面积为．

14． （方法一）由，得，不妨令，，，，则，且，所以．令，则，令，得，令，得，所以，即的最大值为．

（方法二）由，得．

由，得，

则，当且仅当，即时，等号成立，故的最大值为．

15．解：（1）当时，，

则，

所以，

因为，

所以曲线在点处的切线方程为，

即（或）．

（2）假设存在实数，使得在上单调递增，

则对恒成立，

即对恒成立．

当时，为增函数，则，

所以，又，所以的取值范围为．

16．解：（1）．

（2）因为，所以，

所以．

（3）设1人获赠贵妃杏的个数为，则，，．

依题意可得的可能取值为0，1，2，3，4，

，

，



则的分布列为

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  | 0.25 | 0.3 | 0.29 | 0.12 | 0.04 |

所以．

17．（1）证明：底面，．

，，平面*PAB*.

平面*PAD*，平面平面，，

平面*PAB*．

又平面平面平面*PAB*.

（2）解：，直线*PD*与直线*BC*所成的角为．

底面*ABCD*，，即．

设*AD*为2个单位长度，以为原点，*AB*，*AD*，*AP*所在直线分别为轴，轴，轴，建立如图所示的空间直角坐标系，则，，，，



设平面*PCD*的法向量为，则

取，则，得．

易知平面*PAB*的一个法向量为，

则．

故平面*PAB*与平面*PCD*所成二面角的正弦值为．

18．解：（1）因为，所以是以，为焦点，且长轴长为6的椭圆．

设的方程为，则，可得，又，所以，

联立与，得，，所以与圆相切．

（2）的周长，

的面积，

所以内切圆的半径，

故内切圆的半径的取值范围为．

（3）联立得，

易知，且，．

设，则，

所以．

（方法一）由，，得，

所以．

（方法二）因为，

所以

．

所以，

故为定值，且定值为．

19．（1）解：在排列613245中，与6构成逆序的有5个，与3构成逆序的有1个，与1，2，4，5构成逆序的均有0个，所以；

在排列15432中，与5构成逆序的有3个，与4构成逆序的有2个，与3构成逆序的有1个，与1，2构成逆序的均有0个，所以．

故．

（2）解：由（1）知，所以，即．

因为，所以数列是首项为1，公差为6的等差数列，

所以，则．

（3）证明：因为，所以在排列中，排在前面的10个数依次为，，，…，，排在后面的10个数依次为10，9，8，…，1，

所以

所以，则．

设函数，

则，

当时，，当时，，

所以，

所以，当且仅当时，等号成立．

取，则，

即

所以，

即．